

Raziskovalni dnevi na Bledu

Raziskovalni projekt:

Merjenje števila π

Izdelala:

Jon Judež, Urša Konda

26. 9 2018

1. Uvod:

Najina naloga je bila ugotoviti vrednost števila π z metanjem zobotrebcev na mrežo. Po izvedenih poskusih sva poskušala pojav še dokazati.

2. Potek dela:

Na začetku sva prejela navodila, naj poskus izvajava na mreži s pravokotnimi črtami (kvadratna mreža). Kmalu pa sva videla, da bo matematični dokaz precej kompleksen, zato sva se problema raje lotila z mrežo samih vzporednih črt. Na spletu sva našla podatek, da morajo biti narisane premice oddaljene za razdaljo, ki je enaka dvakratniku dolžine zobotrebca.

3. Eksperiment:

$$\pi = a/a_{\xi}$$

a ...vsi vrženi zobotrebci v nekem poskusu

a_{ξ} ...zobotrebci, ki so v nekem poskusu padli tako, da pokrivajo narisano črto

Izvedla sva 20 zaporednih poskusov. Pri vsakem poskusu sva na mrežo vrgla 100 zobotrebcev.

n	a_{ξ}	π_n
1	31	3,23
2	31	3,23
3	35	2,86
4	33	3,03
5	32	3,13
6	37	2,70
7	33	3,03
8	30	3,33
9	33	3,03
10	30	3,33
11	28	3,57
12	25	4,00
13	29	3,45
14	31	3,23

15	40	2,50
16	32	3,13
17	34	2,94
18	34	2,94
19	28	3,57
20	30	3,33

Če izračunava aritmetično sredino vseh 20 dobljenih števil π , dobiva

$$\bar{\pi}_n = 3,178$$

Če pa izračunava harmonično sredino po formuli $\bar{\pi} = N \cdot 100 / (a_{\check{c}1} + a_{\check{c}2} + \dots + a_{\check{c}n})$, dobiva

$$\bar{\pi} = 3,145$$

4. Računanje standardne napake:

1. Standardna napaka izmerka:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{20} ((x_i - \bar{x})^2) / (N - 1)$$

$$\sigma = 0,335$$

2. Standardna napaka vseh meritev:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{N-2}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 0,084$$

5. Matematični dokaz:

$$\omega(\phi) = \frac{2r \sin \phi}{4r} = \frac{\sin \phi}{2} = \frac{dp}{d\phi} \quad dp = \frac{d\phi}{2\pi} \quad \phi_0 < \phi < \phi_0 + d\phi$$

$$dp = \frac{\sin \phi}{2} * d\phi$$

$$p(\phi_1 < \phi < \phi_2) = \int_{\phi_1=0}^{\phi_2=\pi} (\sin \phi / 2) * d\phi = -1/2 \cos \phi = 1/\pi$$

$$dp = A d\phi$$

$$p = \int_0^\pi A d\phi = 1 \quad A = 1/\pi$$

Kote lahko izbirava le od 0 do π , ker če zobtrebec obrneva za 180° , bo stanje enako.

$$P = \int_0^\pi \left(\frac{\sin \phi}{2} \right) * 1/\pi * d\phi = 1/(2\pi) * \int_0^\pi \sin \phi * d\phi = 1/\pi = a_{\check{c}}/a$$