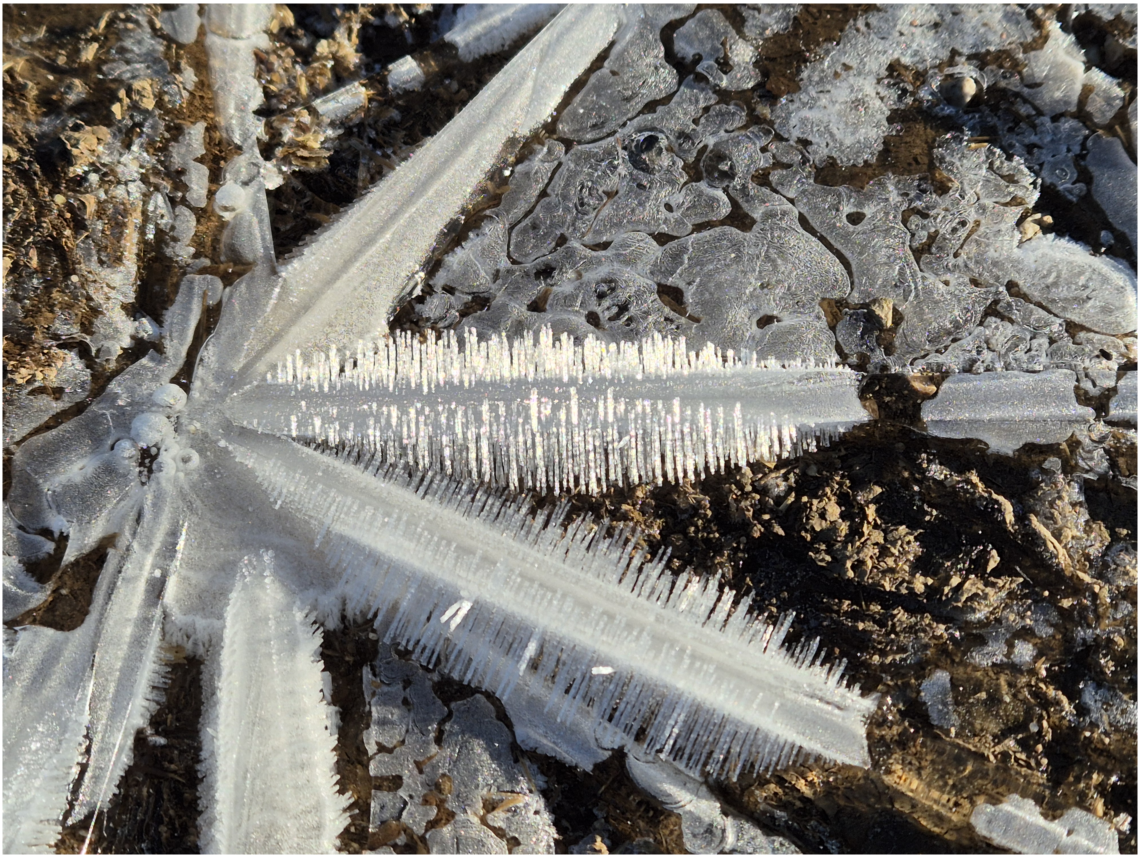
IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2024
Letnik 71
2

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK MAT. FIZ. • LJUBLJANA • LETNIK 71 • ŠT. 2 • STR. 45–80 • DECEMBER 2024

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, DECEMBER 2024, letnik 71, številka 2, strani 45–80

Naslov uredništva: DMFA Slovenije, Jadranska ulica 19, 1000 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 500 **Elektronska pošta:** zalozba@dmfa.si **Internet:** http://www.obzornik.si/ **Transakcijski račun:** SI56 0205 3001 1983 664 **Mednarodna nakazila:** Nova Ljubljanska banka d.d., Ljubljana, Trg republike 2, Ljubljana **SWIFT (BIC):** LJBASI2X **IBAN:** SI56 0205 3001 1983 664

Jezikovno pregledal Grega Rihtar.
Natisnila tiskarna DEMAT v nakladi 150 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 25 EUR. Naročnina za ustanove je 60 EUR, za tujino 35 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak tretji mesec. Sofinancira jo Javna agencija za znanstvenoraziskovalno in inovacijsko dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih znanstvenih periodičnih publikacij.

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, ključne besede in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvorne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TEX oziroma LATEX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

ZRCALNA SIMETRIJA IN LAURENTOVI POLINOMI

MATEJ FILIP[1]

[1]Fakulteta za elektrotehniko Univerze v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 13D10, 14B05, 14B07, 14M25

Zrcalna simetrija prvotno opisuje povezavo med dvema geometrijskima objektoma, ki se imenujeta Calabi-Yau mnogoterosti. Izkaže se, da sta dani zrcalno simetrični Calabi-Yau mnogoterosti geometrijsko sicer različni, če nanju pogledamo fizikalno s strani teorije strun, pa vseeno ekvivalentni. Zrcalna simetrija ima veliko matematičnih formulacij in posplošitev, ki gredo zunaj okvirja Calabi-Yau mnogoterosti. V tem članku bomo predstavili en vidik zrcalne simetrije, ki ga lahko formuliramo z elementarno konveksno geometrijo.

MIRROR SYMMETRY AND LAURENT POLYNOMIALS

Mirror symmetry originally describes the connection between two geometric objects called Calabi-Yau manifolds. If two Calabi-Yau manifolds are mirror symmetric they are geometrically distinct yet equivalent when viewed from the physical side of string theory. Mirror symmetry has many mathematical formulations and generalisations that go beyond the Calabi-Yau manifolds. In this paper we will present one aspect of mirror symmetry that can be formulated in terms of elementary convex geometry.

Uvod v zrcalno simetrijo

Prostor in čas sta temeljna koncepta, ki oblikujeta naše razumevanje vesolja. V vsakdanjem življenju se zavedamo treh prostorskih razsežnosti (dolžine, širine in višine), ki nam omogočajo, da razumemo in opisujemo svet okoli sebe. Poleg teh treh prostorskih razsežnosti pa obstaja še četrta, ki jo poznamo kot čas. V fiziki sta prostor in čas pogosto obravnavana kot enoten koncept, znan kot prostor-čas, pri čemer so vsi dogodki opisani znotraj teh štirih razsežnosti.

V poznih šestdesetih letih prejšnjega stoletja se je začela razvijati revolucionarna teorija v fiziki, ki se imenuje teorija strun in ponuja elegantno poenotenje vseh osnovnih sil in delcev. Temelji pa na ideji, da naše vesolje ni omejeno le na štiri razsežnosti (treh prostorskih in ene časovne), ki jih zaznavamo, temveč vključuje še šest dodatnih razsežnosti, ki jih do zdaj nismo uspeli zaznati. Matematična podlaga te (za sedaj še nepotrjene) teorije so Calabi-Yau mnogoterosti.

Opišimo sedaj bolj podrobno Calabi-Yau mnogoterosti s pomočjo metrike, ki se pojavi v Einsteinovi splošni teoriji relativnosti in meri, kako volumen krogle na ukrivljenem prostoru (oziroma mnogoterosti) odstopa od volumna krogle z istim polmerom v ravnem evklidskem prostoru. Da sta ta volumna na splošnem različna, si lahko predstavljamo na naslednjem primeru. Če stojimo na vrhu stožca in narišemo majhen krog okoli sebe, bo ta krog manjši, kot če bi na isti način ta krog narisali na ravnem površju. Ta metrika se imenuje Ricci metrika in glavna geometrijska lastnost Calabi-Yau mnogoterosti je, da v tej metriki niso ukrivljene, torej so videti kot ravnine v običajni evklidski metriki, s katero merimo razdalje v prostoru.

Poleg zgoraj omenjenih Calabi-Yau mnogoterosti poznamo še Fano mnogoterosti in mnogoterosti splošnega tipa. Za natančne definicije teh mnogoterosti glejte [5], glavna geometrijska lastnost teh mnogoterosti pa je, da imajo Fano mnogoterosti pozitivno ukrivljenost v Ricci metriki, kot na primer sfera v običajni evklidski metriki, mnogoterosti splošnega tipa pa imajo negativno ukrivljenost v Ricci metriki.

Kot namiguje že ime, je zelo malo znanega o klasifikaciji mnogoterosti splošnega tipa in te mnogoterosti se izmed vseh treh tipov najmanj pojavljajo v problemih iz matematične fizike. Po drugi strani pa je klasifikacija Calabi-Yau in Fano mnogoterosti eden izmed najbolj perečih in študiranih problemov v geometriji in matematični fiziki. Največ je znanega o gladkih (oziroma nesingularnih) Fano mnogoterostih, saj je njihova klasifikacija poznana do vključno razsežnosti tri, v višjih pa je znano, da je v vsaki razsežnosti le končno mnogo Fano mnogoterosti, klasifikacija le-teh pa je odprt problem (glejte [6]).

V tem članku bomo obravnavali zanimivo teorijo, ki izvira iz fizike in omogoča matematikom bolje razumeti klasifikacijo Fano in tudi Calabi-Yau mnogoterosti. Ta teorija se imenuje zrcalna simetrija. Zgodnje primere zrcalne simetrije so odkrili fiziki. Izraz zrcalna simetrija se je prvotno nanašal na situacijo, v kateri sta dve Calabi-Yau mnogoterosti geometrijsko različni, vendar sta kljub temu ekvivalentni, ko ju pogledamo fizikalno s strani teorije strun. To pomeni, da strunske vibracije (ki predstavljajo delce) v eni Calabi-Yau mnogoterosti ustrezajo strunskim vibracijam v drugi. Izraz zrcalna simetrija izhaja iz ideje, da ti dve mnogoterosti odsevata določene geometrijske lastnosti druga druge.

Matematiki so se za zrcalno simetrijo začeli zanimati okoli leta 1990, ko so Philip Candelas, Xenia de la Ossa, Paul Green in Linda Parkes [2] pokazali, da jo je mogoče uporabiti kot orodje v enumerativni geometriji, veji matematike, ki se ukvarja s štetjem geometrijskih objektov. Čeprav je prvotni pristop k zrcalni simetriji temeljil na fizikalnih idejah, ki niso bile matematično natančno razumljene, se je pozneje to spremenilo in danes imamo ogromno napovedi iz zrcalne simetrije tudi matematično dokazanih.

Zrcalna simetrija je pomembna raziskovalna tema v teoretični matematiki, matematiki pa si prizadevajo razviti matematično razumevanje tega razmerja na podlagi intuicije fizikov. Zrcalna simetrija je tudi temeljno orodje za izvajanje izračunov v teoriji strun. Pojem zrcalne simetrije je bil pozneje posplošen na nekaj preostalih geometrijskih objektov, poleg zrcalno simetričnih Calabi-Yau mnogoterosti je najbolj znana domneva o zrcalnosti med Fanovimi mnogoterostmi in Laurentovimi polinomi z določenimi lastnostmi (glejte [3]). Laurentovi polinomi so posplošitev običajnih polinomov in v tem članku jih bomo podrobneje analizirali. Spoznali bomo, da lahko vsakemu Laurentovemu polinomu priredimo politop in definirali operacijo, ki kombinatorično spreminja obliko tega politopa in ji pravimo mutacija Laurentovega polinoma.

V številnih primerih proučevanje obeh zgoraj omenjenih vrst zrcalne simetrije vključuje torično geometrijo. Torična geometrija proučuje posebne vrste geometrijskih objektov, imenovane torične mnogoterosti. Te mnogoterosti imajo strukturo, ki jo lahko opišemo s pomočjo poliedrov ali politopov, kar omogoča, da zapletene geometrijske lastnosti povežemo z enostavnimi, bolj vizualnimi objekti. To zagotavlja skupni jezik za razumevanje obeh vrst zrcalne simetrije. Za bolj podrobno definicijo toričnih mnogoterosti glejte [5].

V [4, Conjecture A] smo navedli domnevo, ki je poseben primer zrcalne simetrije. Na eni strani imamo Laurentove polinome, ki jih lahko mutiramo v točko, kar pomeni, da je končna oblika zgoraj omenjenega politopa, ki pripada Laurentovemu polinomu, zgolj točka. To stran bomo pobližje spoznali v tem delu. Izkaže se, da lahko te Laurentove polinome in njihove mutacije razumemo le z elementarno konveksno geometrijo. Na drugi strani imamo zapletene strukture, ki se uporabljajo v torični geometriji in jih v tem članku ne bomo predstavili.

Glavni cilj tega članka je, da z uporabo elementarne konveksne geometrije pokažemo določene lastnosti Laurentovih polinomov in njihovih mutacij (glejte trditev 7). Kot posledico bomo razložili pomen te trditve v torični geometriji in uporabo za konstrukcijo Fano mnogoterosti.

Mutacije Laurentovih polinomov

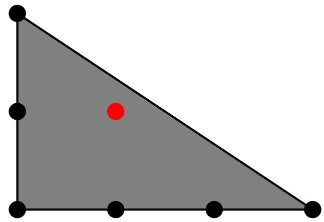
Definicija 1. *Afina hiperravnina* v n-razsežnem vektorskem prostoru $\mathbb{R}^n$ je množica točk oblike

$$\Big\{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle x, z\rangle = a\Big\},$$

za parametra $z \in \mathbb{R}^n$, $z \neq 0$ in $a \in \mathbb{R}$, kjer $\langle \cdot, \cdot \rangle$ označuje evklidski skalarni produkt. Za ista parametra a in z je *polprostor* v $\mathbb{R}^n$ množica točk oblike

$$\Big\{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle x, z\rangle \leq a\Big\}.$$

Podmnožico točk v $\mathbb{R}^n$ imenujemo *polieder*, če je presek končno mnogo polprostorov. *Politop* je omejen polieder in vsak politop je konveksna ovojnica neke končne neprazne množice v $\mathbb{R}^n$.



Slika 1. Newtonov politop od $x^{-1}y^{-1} + 3y^{-1} + 3xy^{-1} + x^2y^{-1} + 2x^{-1} + x^{-1}y + 2$.

Laurentov polinom v eni spremenljivki x je formalni izraz oblike

$$f = \sum_{k=-\infty}^{\infty} n_k x^k,$$

kjer je samo končno mnogo koeficientov $n_k \in \mathbb{R}$ neničelnih. Torej so Laurentovi polinomi v eni spremenljivki posplošitev običajnih polinomov, s tem da ima lahko pri njih spremenljivka tudi negativen eksponent. Podobno so Laurentovi polinomi v več spremenljivkah posplošitev polinomov v več spremenljivkah. Eksponent vsakega monoma Laurentovega polinoma f določa točko v $\mathbb{Z}^n$, kjer je n število spremenljivk od f. Vsi eksponenti pri monomih z neničelnimi koeficienti torej določajo končno mnogo točk v $\mathbb{Z}^n$ in njihovo konveksno ovojnico imenujemo *Newtonov politop*, ki ga označujemo z $\Delta(f)$.

Primer 2. Primer Laurentovega polinoma v spremenljivkah x in y je

$$f = x^{-1}y^{-1} + 3y^{-1} + 3xy^{-1} + x^2y^{-1} + 2x^{-1} + x^{-1}y + 2.$$

V tem primeru eksponenti določajo naslednje točke v $\mathbb{Z}^2$:

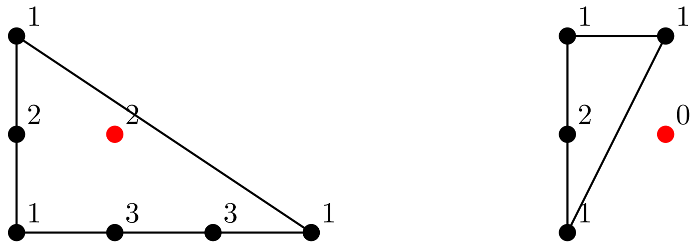
$$(-1,-1), (0,-1), (1,-1), (2,-1), (-1,0), (-1,1), (0,0). \tag{1}$$

Njihova konveksna ovojnica je Newtonov politop $\Delta(f)$, ki je narisan na sliki 1, kjer rdeča točka označuje izhodišče $(0,0)$, črne pa označujejo preostale točke, navedene v (1).

Vsoto in množenje Laurentovih polinomov definiramo na enak način kot pri običajnih polinomih. Spomnimo, da funkcijam $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ rečemo afine, če so oblike $\varphi(v) = \langle v, w\rangle + a$ za neka $w \in \mathbb{R}^n$ in $a \in \mathbb{R}$.

Definicija 3. Naj bo φ nekonstantna afina funkcija in naj bo g Laurentov polinom, za katerega velja, da ima φ konstantno vrednost na celotnem $\Delta(g)$. Pravimo, da je f mutiran s parom (φ, g), če lahko zapišemo

$$f = \sum_{i\in\mathbb{Z}} f_i,$$



Slika 2. Laurentov polinom f ter njegova mutacija $\mathrm{mut}_{\varphi}^{g} f$.

kjer so f_i taki Laurentovi polinomi, da $\Delta(f_i)$ leži v afini hiperravnini

$$\{r \in \mathbb{R}^n \mid \varphi(r) = i\}$$

in velja, da je $\frac{f_i}{g^i}$ Laurentov polinom, za vsak $i \in \mathbb{N}$ (kar pomeni, da je f_i produkt $g^i h$, kjer je h nek Laurentov polinom). *Mutacija* Laurentovega polinoma f s parom (φ, g) je Laurentov polinom

$$\mathrm{mut}_{\varphi}^{g} f := \sum_{i \in \mathbb{Z}} \frac{f_i}{g^i}.$$

Primer 4. Naj bo

$$f = x^{-1}y^{-1} + 3y^{-1} + 3xy^{-1} + x^2y^{-1} + 2x^{-1} + x^{-1}y + 2$$

kot v primeru 2. Definirajmo še $h = 1 + x$ in afino funkcijo $\varphi(v) = \langle (0, -2), v \rangle + 1$. Ta funkcija doseže vrednost 3 na premici $y = -1$, vrednost 1 na premici $y = 0$ in vrednost -1 na premici $y = 1$. Tako imamo

$$\begin{aligned} \mathrm{mut}_{\varphi}^{g} f &= \frac{y^{-1}x^{-1}(1 + 3x + 3x^2 + 1)}{(1+x)^3} + \frac{x^{-1}(2 + 2x)}{1 + x} + \frac{x^{-1}y}{(1+x)^{-1}} \\ &= y^{-1}x^{-1} + 2x^{-1} + x^{-1}y + y. \end{aligned}$$

Slika 2 podaja f in $\mathrm{mut}_{m}^{g} f$, tako da pred vsako točko v $\mathbb{Z}^2$ od pripadajočih Newtonovih polinomov zapišemo še pripadajoči koeficient. Rdeči točki ponovno označujeta izhodišče.

Pred našo glavno trditvijo potrebujemo še naslednji definiciji.

Definicija 5. *Konveksni poliedrski stožec* v $N_{\mathbb{R}}$ je množica oblike

$$\sigma = \mathrm{Stož}(S) := \left\{ \sum_{u \in S} \lambda_u u \mid \lambda_u \in [0, \infty) \right\} \subseteq \mathbb{R}^n,$$

kjer je $S \subseteq \mathbb{R}^n$ neka končna množica točk.

Definicija 6. Za poliedra A in B v $\mathbb{R}^n$ definiramo njuno vsoto Minkowskega kot

$$A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\} \subset \mathbb{R}^n.$$

Za A (oziroma B) pravimo, da je *sumand Minkowskega* poliedra $A + B$.

Vsakemu Laurentovemu polinomu f lahko priredimo poliedrski stožec σ_f na naslednji način. Povečajmo naš vektorski prostor $\mathbb{R}^n$ na $\mathbb{R}^{n+1}$ tako, da dodamo še eno komponento (projekcija na prvih n komponent je naš originalni vektorski prostor $\mathbb{R}^n$) in tvorimo stožec

$$\sigma_f = \text{Stož}(\{(x_1, ..., x_n, 1) \mid (x_1, ..., x_n) \in \Delta(f)\}),$$

torej Newtonov politop $\Delta(f)$ vložimo na nivo 1 in tvorimo stožec. Označimo z $i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n+1}$ vložitev $z \mapsto (z, 1)$. Naj bo f mutiran s parom (φ, g) in naj bo $\Delta(f)$ vložen na nivo 1 v $\mathbb{R}^{n+1}$. Afino funkcijo φ na $\Delta(f)$ določa nek vektor $m \in \mathbb{R}^{n+1}$, tako da za vsak $v \in \Delta(f) \subset \mathbb{R}^{n+1}$ velja $\varphi(v) = \langle i(v), m\rangle$. Če velja, da je $\Delta(g) \subset \mathbb{R}^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$ vsebovan v afini hiperravnini

$$\{r \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \langle m, r\rangle = 0\},$$

potem pravimo, da je Laurentov polinom f *mutiran s parom* (m, g).

Trditev 7. *Naj bo f Laurentov polinom v n spremenljivkah, ki je mutiran s parom (m, g), kjer je $m \in \mathbb{R}^{n+1}$. Potem za pripadajoči stožec σ_f velja, da ima presek*

$$\sigma_f \cap \{v \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \langle v, m\rangle = 1\}$$

sumand Minkowskega, ki je enak $\Delta(g)$.

Dokaz. Po konstrukciji takoj opazimo, da je $\sigma_f \cap \{v \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \langle v, m\rangle = 1\}$ enak

$$\sigma_f \cap \{v \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \langle v, m\rangle = 0\} + \text{konv}\left\{\frac{\Delta\left(\frac{f_i}{g^i}\right)}{i} + \frac{E}{i} \mid i \in \mathbb{Z}\right\} + \Delta(g),$$

kjer je $E = (\underline{0}, 1) \in \mathbb{R}^n \oplus \mathbb{R}$ in konv označuje konveksno ovojnico. $\square$

Omenimo uporabo zgornje trditve v algebraični geometriji, veji matematike, ki proučuje geometrijske objekte dobljene kot množico ničel polinomov v več spremenljivkah. Tem geometrijskim objektom pravimo algebraične mnogoterosti. Torične mnogoterosti so algebraične mnogoterosti, pri katerih polinome, ki jih določajo kot množico ničel, dobimo iz objektov konveksne geometrije, kot so na primer konveksni poliederski stožci. Za več informacij, kako točno dobimo te polinome, glejte [5].

Presek stožca σ_f z afino hiperravnino $\{v \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \langle v, m\rangle = 1\}$ je pomemben geometrijski objekt v torični geometriji. Dejstvo, da smo našli sumand, ki je politop z oglišči v $\mathbb{Z}^n$ (in ne v $\mathbb{Z}^{n+1}$), v torični geometriji pomeni, da se torična mnogoterost dobljena iz stožca σ_f lahko deformira (glejte [1]).

V kontekstu zrcalne simetrije to pomeni, da pričakujemo, da bomo dobili Fano mnogoterost, ki po zrcalni simetriji pripada Laurentovemu polinomu, z deformacijo zgornje torične mnogoterosti.

Za konec omenimo še, kaj pomeni, da se Laurentov polinom mutira v točko, kar smo navedli v uvodu. To pomeni, da obstajajo mutacije, ki f zaporedoma mutirajo v nek Laurentov polinom h, za katerega velja, da je $\Delta(h)$ točka.

Primer 8. Pokažimo, da se naš Laurentov polinom f iz prejšnjih primerov mutira v točko. Pokazali smo že, da velja

$$\mathrm{mut}_\varphi^g f = x^{-1}y^{-1} + 2x^{-1} + x^{-1}y + y.$$

Označimo zgornji Laurentov polinom z $f_1 := y^{-1}x^{-1}+2x^{-1}+x^{-1}y+y$. Vzemimo Laurentov polinom $g_1 := 1+y^{-1}$ in afino funkcijo $\varphi_1(v) = \langle(-2,0), v\rangle$, ki ima vrednost 2 na premici $x = -1$ in vrednost 0 na premici $x = 0$. Dobimo

$$\mathrm{mut}_{\varphi_1}^{g_1} f_1 = \frac{x^{-1}y(1 + 2y^{-1} + y^{-2})}{(1 + y^{-1})^2} + y = x^{-1}y + y.$$

Zapišimo zgornji Laurentov polinom z $f_2 := x^{-1}y+y$ in izberimo Laurentov polinom $g_2 := 1 + x^{-1}$ in afino funkcijo $\varphi_2(v) = \langle(1,0), v\rangle$. Dobimo

$$\mathrm{mut}_{\varphi_2}^{g_2} f_2 = y$$

in $\Delta(\mathrm{mut}_{\varphi_2}^{g_2} f_2)$ je točka $(0,1)$, kar pa smo želeli pokazati.

LITERATURA

[1] K. Altmann, *The versal deformation of an isolated, toric Gorenstein singularity*, Invent. Math. **128** (1997), 443–479.

[2] P. Candelas, X. De La Ossa, P. Green, L. Parkes, *A pair of Calabi-Yau manifolds as an exactly soluble superconformal theory*, Nucl, Phys. B **359** (1991), 21–74.

[3] T. Coates, A. Corti, S. Galkin, V. Golyshev, A. M. Kasprzyk, *Mirror symmetry and Fano manifolds*, In European congress of mathematics, Eur. Math. Soc. (2013), 285–300.

[4] A. Corti, M. Filip in A. Petracci, *Smoothing toric Gorenstein affine* 3*-folds,* 0*-mutable polynomials and mirror symmetry*, Facets of Algebraic Geometry: A Collection in Honor of William Fulton's 80th Birthday (2022) 132–163.

[5] D. Cox, J. Little, H. Schenk, *Toric varieties*, Graduate Studies in Mathematics **124** (2011).

[6] J. Kollar, Y. Miyaoka, S. Mori, *Rational connectedness and boundedness of Fano manifolds*, J. Differential Geom. **36** (1992), 765–779.

PREMIKALNI TOK

ANDREJ LIKAR[1]

[1]Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani

Ključne besede: premikalni tok

Članek obravnava koncept premikalnega toka, ki ga je James Clerk Maxwell uvedel v svoji 'Razpravi o elektriki in magnetizmu' leta 1873. Maxwell je poudaril, da moramo poleg pravega električnega toka, od katerega so odvisni elektromagnetni pojavi, upoštevati tudi spreminjanje gostote električnega polja. To je privedlo do dopolnitve Amperovega zakona, ki sedaj vključuje premikalni tok, s čimer je razrešen problem, ko v kondenzatorju teče električni tok, a ploskve ne prebada noben tok. Članek podrobno razlaga fizikalne pojave, povezane s premikalnim tokom, in kako se z njim reši matematična in fizikalna skladnost Maxwellovih enačb.

DISPLACEMENT CURRENT

The article discusses the concept of displacement current, which was introduced by James Clerk Maxwell in his 'Treatise on Electricity and Magnetism' in 1873. Maxwell emphasized that, in addition to the true electric current, which is responsible for electromagnetic phenomena, we must also consider the changing density of the electric field. This led to the modification of Ampere's law, which now includes the displacement current, thus resolving the problem when an electric current flows through a capacitor but no current passes through its plates. The article provides a detailed explanation of the physical phenomena related to the displacement current and how it ensures the mathematical and physical consistency of Maxwell's equations.

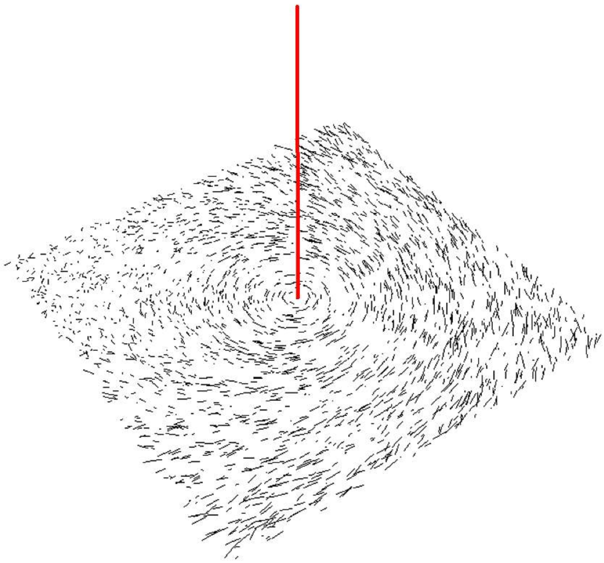
Leta 1862 je v članku in potem leta 1873 v svoji *Razpravi o elektriki in magnetizmu* James Clerk Maxwell (1831–1879) vpeljal pojem premikalnega toka. V točki 610 *Razprave* (vseh točk je 866!!) Maxwell povzema takole:

> "Ena od glavnih posebnosti te razprave je doktrina, ki zagotavlja, da pravi električni tok, od katerega so elektromagnetni pojavi odvisni, ni le tok nabojev, temveč je treba upoštevati tudi spreminjanje gostote polja $\vec{D}$."

Maxwell ne navaja, kako je prišel do tega sklepa. Danes je v učbenikih prepričljiva razlaga, ki gre takole. Mislimo si ravno žico, po kateri teče električni tok. Po Amperovem zakonu se okrog žice ustvari krožno magnetno polje, kar lahko brez težav opazimo s preprostim poskusom z železnimi opilki (glej sliko 1). Opilki se kot majhne magnetnice postavijo tangencialno na krožnice s središčem v žici.

Matematično Amperov zakon zapišemo takole:

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I. \tag{1}$$



Slika 1. Poskus z železnimi opilki, ki se okrog žice s tokom postavijo tangencialno na krožnice s središčem v žici.

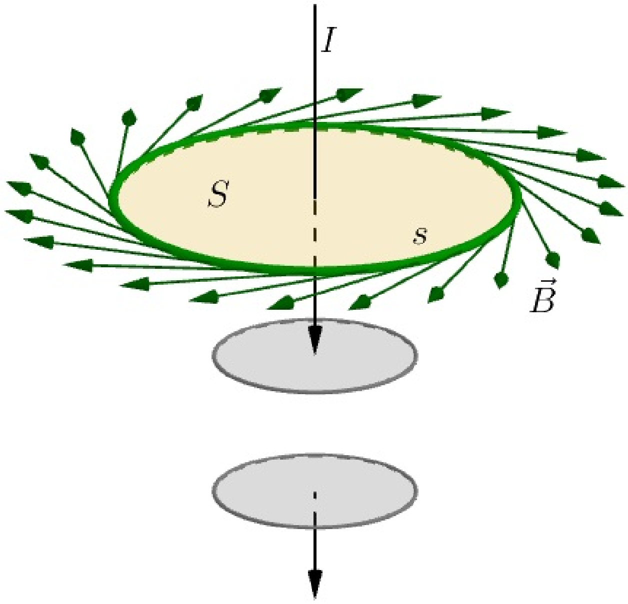
Na levi je integral skalarnega produkta magnetnega polja $\vec{B}$ in premika $d\vec{s}$ po poljubni poti s okrog vodnika, na desni pa tok I, ki prebada poljubno oblikovano ploskev, katere rob je izbrana pot s na levi, pomnožen z magnetno (indukcijsko) konstanto μ_0. Sedaj prekinemo žico s ploščatim kondenzatorjem in po žici spet poženemo tok. Na zgornji plošči kondenzatorja se naboj nabira, s spodnje pa odteka (glej sliko 2). Krožna pot in ploskev sta sicer poljubni, a za krožno pot izberimo krožnico, ploskev pa naj bo bodisi ravnina ali pa paraboloidna ploskev s simetrijsko osjo vzdolž žice.

Pri ravnini na sliki 2 je vse v redu – ploskev prebada žica z električnim tokom I. Na naslednji sliki (slika 3) pa gre paraboloidna ploskev med ploščama kondenzatorja in je ne prebada noben tok. Za to ploskev bi bil integral po sklenjeni poti enak nič, če bi uporabili zgoraj zapisan Amperov zakon. Polje seveda ni odvisno od izbire ploskve. Ker pa ploskev prebada spremenljivo električno polje v kondenzatorju, je Maxwell vpeljal premikalni tok. Preprost račun s približkom homogenega polja v kondenzatorju pokaže, da spremenljivo električno polje reši Amperov zakon, če mu pripišemo lastnost električnega toka. Torej je premikalni tok kar:

$$I_p = S\frac{d(\varepsilon_0 E)}{dt}. \qquad (2)$$

Maxwell je dopolnil Amperov zakon in ga zapisal takole:

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(I + \frac{d}{dt} \int_S \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} \right). \tag{3}$$



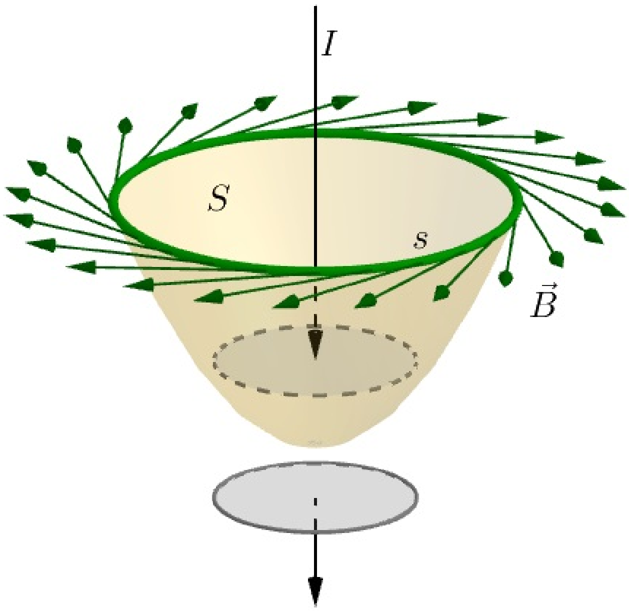
Slika 2. K ilustraciji Amperovega zakona. Žica s tokom I prebada ravninsko ploskev S, ki jo določa krožna pot v obliki krožnice s. Prikazani so vektorji magnetnega polja $\vec{B}$ na krožnici.

Poleg toka po žici I je torej v zakon vključil še premikalni tok:

$$I_p = \frac{d}{dt} \int_S \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S}. \tag{4}$$

Tu integriramo skalarni produkt med $\vec{E}$ in $d\vec{S}$ po ploskvi S, ki jo zaključuje krožna pot s.

Vpeljava premikalnega toka je dodobra razburila fizike 19. stoletja. S Hertzovim odkritjem elektromagnetnih valov je prevladalo mnenje, da je imel Maxwell prav. Številni pa bi radi vedeli, če je premikalni tok povsem ekvivalenten s pravim tokom, kot je to privzel Maxwell. O tem so se spraševali tudi znani fiziki še dolgo po Maxwellovem odkritju. Pregled o tem podaja članek [1]. Danes si redko kdo beli glavo s tem vprašanjem. V našem univerzitetnem učbeniku [2] ga avtorja ironično imenujeta "famozni tok", ki



Slika 3. Ploskev S, ki jo omejuje krožnica s, je tu paraboloidna ploskev, ki je žica nikjer ne prebada.

je težko razumljiv in "je v fiziki delal preglavice, dokler se nanj pač nismo navadili". Zanju je le popravek k Amperovemu zakonu, ki poskrbi, da so Maxwellove enačbe skladne s kontinuitetno enačbo za naboj. Je pa vprašanje zanimivo s pedagoškega vidika, saj nekateri učbeniki o njem pišejo nejasno in celo povsem napačno.

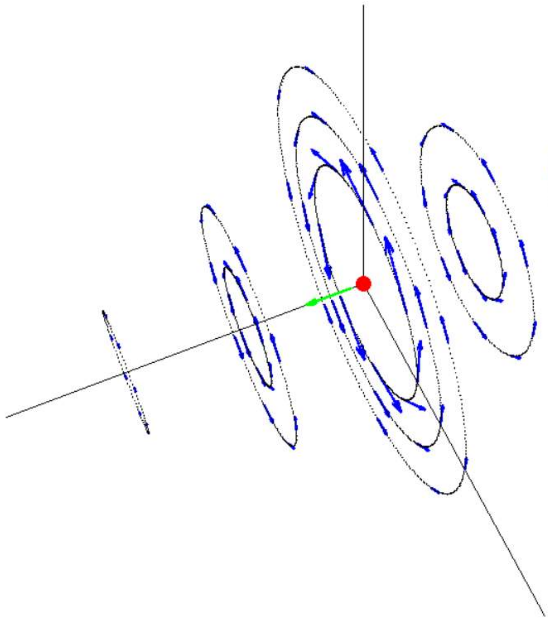
Na preprostem primeru pokažimo, kako deluje premikalni tok. Vzemimo točkast naboj, ki se giblje ves čas enakomerno in premo z majhno hitrostjo $\vec{v}$ v primerjavi s hitrostjo svetlobe. Za ta primer je že Heaviside našel izraza za električno in magnetno polje okrog naboja. Najdemo ju v vsakem učbeniku elektromagnetizma, tako tudi v [2]:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{R}(t)}{R(t)^3}, \tag{5}$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}(\vec{r},t). \tag{6}$$

V vsaki točki prostora, podani z vektorjem $\vec{r}$, in vsak trenutek, podan s časom t, poznamo obe polji. Na desni strani enačb nastopa vektor $\vec{R}(t)$, ki kaže od trenutne lege naboja e do točke opazovanja s krajevnim vektorjem

$\vec{r}$. Električno polje je pri $v^2/c^2 \to 0$ statično, le da potuje s hitrostjo v. Magnetno polje, ko je naboj v koordinatnem izhodišču, je skicirano na sliki 4. Električno polje je bralcem dobro znano in ne potrebuje skice.



Slika 4. Magnetno polje okrog gibajočega se naboja e. Vektorji so zaradi preglednosti prikazani le v nekaj ravninah pravokotnih na smer gibanja naboja.

Sedaj v mislih izberimo integracijsko pot s in ploskev S. To lahko storimo, kakor želimo. V koordinatnem sistemu xyz postavimo krožno pot v ravnino yz s polmerom ρ in središčem v koordinatnem izhodišču (glej sliko 5). Tir naboja naj bo vzdolž osi x. Ploskev S pa naj bo krog v ravnini Oyz. Poglejmo, kakšno magnetno polje nam bo dala Amperova enačba s premikalnim tokom. Naboj e naj bo na desni strani S, torej v točki z $x_e < 0$, tako da toka skozi S ni, prispeva le premikalni tok:

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \frac{d}{dt} \int_S \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S}. \tag{7}$$

Zaradi simetrične postavitve ploskve in integracijske poti je magnetno polje kar

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2\pi\rho B. \tag{8}$$

Na desni strani dobimo za električni pretok brez težav tole:

$$\Phi_E = \int_S \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{e}{2}\left(x_e + \frac{\sqrt{x_e^2+\rho^2}}{\sqrt{x_e^2+\rho^2}} \right). \tag{9}$$

Tu je x_e trenutna abscisa naboja. Iz premikalnega toka

$$I_p = \frac{d\Phi_E}{dt} \tag{10}$$

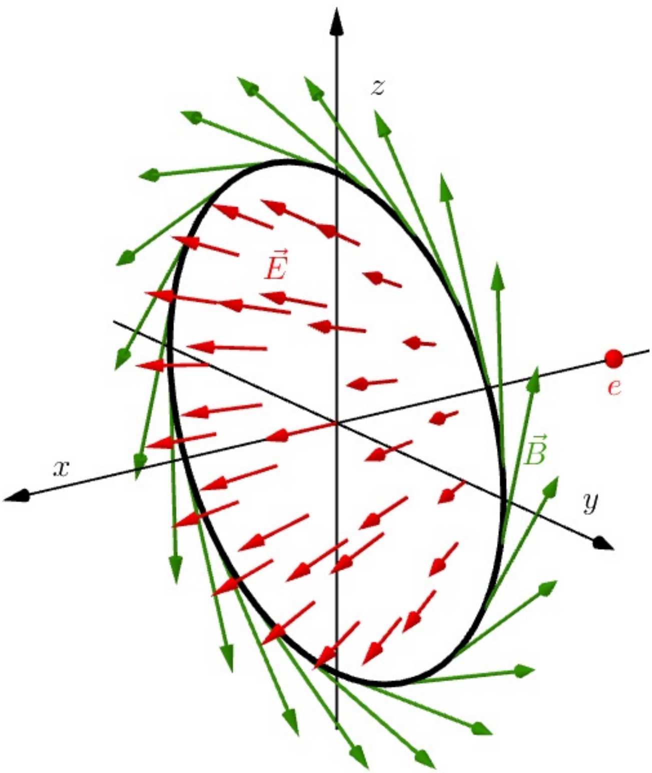
takoj sledi enačba za magnetno polje, povsem v skladu s Heavisideovim izrazom. Magnetno polje gibajočega se delca ne nastane zaradi spreminjajočega se pretoka skozi S. Spreminjajoči pretok le napove, kakšno je magnetno polje na poti s. Podroben račun celo pokaže, da premikalni tok v kondenzatorju na sliki 2 k magnetnemu polju nič ne prispeva (glej [1, 3]). Na tej točki številni učbeniki trdijo prav nasprotno, namreč da je ves prispevek k magnetnemu polju le od premikalnega toka, če je ploskev S sredi kondenzatorja.

Na presenečenje naletimo pri prehodu samega naboja preko ploskve S. Najprej je naboj pri $x_e < 0$ in se giblje proti koordinatnem izhodišču. Električni pretok narašča, ko se naboj približuje ploskvi, ki je v izhodišču koordinatnega sistema, pri prehodu pa se predznak pretoka v hipu obrne in se z oddaljevanjem naboja povečuje proti vrednosti 0. Pri nekoliko razmazanem naboju na intervalu ΔX prehod iz pozitivne vrednosti pretoka k negativni traja nekaj časa (glej sliko 6). Časovni odvod pretoka je v tem času negativen. Amperov zakon z le premikalnim tokom da za magnetno polje povsem napačen rezultat. Vendar sedaj teče naboj skozi ploskev S, torej neki tok prebada S. Zato moramo v Amperovi enačbi upoštevati ta tok. In če ga, dobimo za magnetno polje pravilen Heavisideov izraz! Jasno je, da preskok električnega pretoka ne vpliva na magnetno polje. Pravi tok in premikalni tok družno kažeta, kako je magnetno polje ovito okrog izhodišča. Ovitost je torej preprosto povezana s tokom in premikalnim tokom. Ovitost sama po sebi pa nima neposredne zveze z virom polja. Magnetno polje $\vec{B}$ se je do opazovanega trenutka gradilo iz preteklosti.

Z vpeljavo elektromagnetnih potencialov φ in $\vec{A}$ najpreprosteje pridemo do alternativnih izrazov za električno in magnetno polje. Skalarni potencial φ in vektorski $\vec{A}$ sta povezana s poljema takole:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \tag{11}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \tag{12}$$



Slika 5. Električni pretok skozi krožno ploskev, ko je naboj v točki z absciso $x_e < 0$.

V Lorenzovi umeritvi

$$\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \tag{13}$$

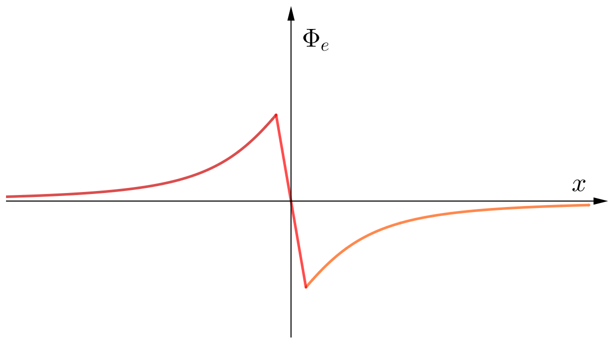
dobimo zanju z upoštevanjem Maxwellovih enačb nehomogeni valovni enačbi:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \tag{14}$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j}. \tag{15}$$

Z ρ smo označili gostoto naboja v prostoru, z $\vec{j}$ pa ploskovno gostoto električnega toka. Njuni rešitvi pripeljeta do tegale izraza za magnetno polje v koordinatnem izhodišču:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{j}(\vec{r}, t - \frac{r}{c}) \times \vec{r}}{r^3} dV. \tag{16}$$



Slika 6. Električni pretok Φ_E v odvisnosti od lege x_e naboja e.

Le kam se je izgubil premikalni tok? Na desni strani ga ni. Odgovor je na dlani: brez njega valovnih enačb za potenciala sploh ne bi dobili. Z desne strani se je pač preselil na levo stran. Ali lahko odtod sklepamo, da je vir magnetnega polja le običajni električni tok? Sedaj, ko vemo, kako pride do zadnje enačbe za magnetno polje, je odgovor na to vprašanje le še stvar interpretacije. Povsem jasno je torej, da bi dodajanje premikalnega toka na desno stran zgornje enačbe pripeljalo do rezultata, ki ne bi bil skladen z Maxwellovimi enačbami. Zato mirno privzamemo, da je le tok v preteklosti vir magnetnega polja v sedanjosti.

Če pa izberemo Coulombovo umeritev:

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0, \tag{17}$$

pa za potenciala velja Poissonova enačba:

$$\nabla^2 \varphi(\vec{r}, t) = -\frac{\rho(\vec{r}, t)}{\varepsilon_0}, \tag{18}$$

$$\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}, t) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r}, t) - \mu_0 \frac{\partial(\varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t))}{\partial t}. \tag{19}$$

Pomembno je poudariti, da na levi in desni strani obeh enačb nastopajo le količine v sedanjosti. Rešitvi teh enačb sta dobro znana Coulombova izraza:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \tag{20}$$

in analogno za vektorski potencial $\vec{A}$. Magnetno polje v izhodišču koordinatnega sistema dobimo v tem primeru kot:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{j}\times\vec{r}}{r^3}dV + \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\frac{d(\varepsilon_0\vec{E})}{dt}\times\vec{r}}{r^3}dV. \tag{21}$$

Magnetno polje torej izrazimo tako z običajnim tokom $\vec{j}$ kot s premikalnim tokom $\frac{\partial(\varepsilon_0\vec{E})}{\partial t}$, oba seveda vzeta v sedanjosti. Pretekla dogajanja so s tem že zajeta. Številnim Poissonovi enačbi v tem kontekstu nista pri srcu, saj nekako sugerirata, da se spremembi gostote naboja in gostote toka prenašata v hipu po vsem prostoru, kar naj ne bi bilo v skladu s splošnim spoznanjem, da se nič ne razširja hitreje od svetlobe.

Kaj naj si po vsem tem mislimo o 'skrbeh' glede premikalnega toka? Maxwellov popravek Amperove enačbe le nakazuje, da je zaradi spremenljivega električnega polja magnetno polje malo bolj ovito okoli toka. Pri tem po tihem privzamemo, da je tudi premikalni tok vir magnetnega polja. V prostoru brez nabojev edino premikalni tok nakazuje to ovitost, podobno kot pri indukciji spreminjajoče se magnetno polje nakazuje ovitost električnega polja okrog magnetnega. Zakaj pri indukcijskem zakonu ni bilo teh zadreg? Ker če ni magnetnih monopolov, tudi ni magnetnega toka, zato enačbo za indukcijo lažje sprejmemo. Tam interpretacije, da spreminjajoče se magnetno polje le nakazuje ovitost električnega polja, ni treba omenjati, ker smo vedno v prostoru brez magnetnih nabojev in ker brez težav spreminjamo magnetno polje z manipulacijo toka v žicah in tuljavah ali s premikanjem magnetov. Vir spreminjajočega se magnetnega polja pa so slej kot prej tokovi v žicah ali v snovi. Kljub temu lahko učimo, da je vir inducirane napetosti spreminjajoče se magnetno polje.

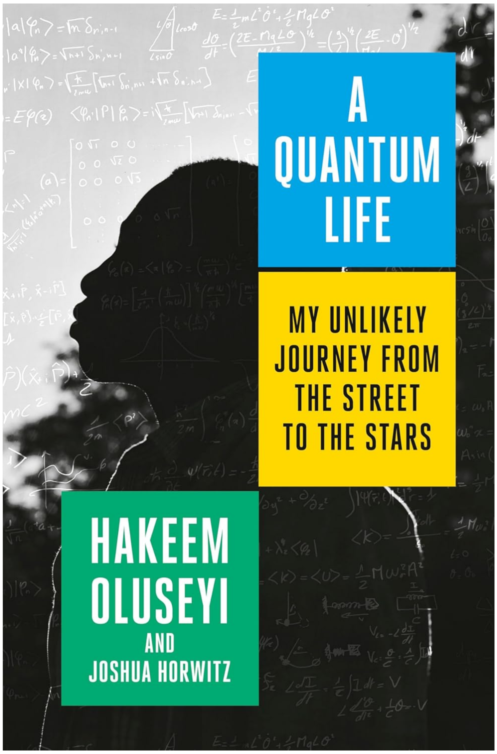
LITERATURA

[1] John Roche, *The present status of Maxwell's displacement current*, Eur. J. Phys. (1998) 155–166.

[2] R. Podgornik, A. Vilfan, *Elektromagnetno polje*, DMFA-založništvo, 2012.

[3] A. P. French, Jack R. Tessman, *Am. J. Phys.*, **31** (1963) 201–204.

Hakeem Oluseyi in Joshua Horwitz, A quantum life, my unlikely journey from the street to the stars, Piatkus, London 2021, 342 strani



Knjiga prikazuje nenavadno življenjsko pot afroameriškega fizika do doktorata na elitni univerzi Stanford. Portretiranemu jo je pomagal napisati poklicni pisec in pisatelj Joshua Horwitz. Knjigo odlikuje velika iskrenost. Sprva uživamo v slikoviti in duhoviti pripovedi. Avtor, ki je sprva nosil ime James Edward Plummer Jr. (rojen leta 1967), je bil izredno nadarjen otrok, ki mu v javnih šolah najbolj revnih južnih predelov ZDA zaradi splošne nizke zahtevnosti ni bilo treba usvojiti študijskih navad. To je pozneje skoraj pokopalo njegov visokošolski študij. Nekaj discipline je pridobil kot glasbenik v pihalnem orkestru. Je pa, kot sam pravi, pri sorodnikih na deželi usvojil delovne navade pri fizičnih opravilih.

Sam se je tudi naučil programiranja v jeziku Basic. Že v dijaških letih ga je zanimala Einsteinova teorija relativnosti. Na znanstvenem sejmu je dobil prvo nagrado za program, ki je računal in simuliral relativnostne učinke.

Po maturi ga je v svoje vrste privabila ameriška mornarica, s perspektivo kariere častnika na jedrski podmornici. Po napornem in pogosto ponižujočem osnovnem usposabljanju je vojaška šola uspešno zapolnila njegovo pomanjkljivo znanje gimnazijske matematike. Zaradi kožne bolezni, ki ga je mučila že prej, a so jo diagnosticirali šele v vojski, je po nekaj letih dobil odpustnico. Njegovo življenje se je nadaljevalo z vzponi in padci, ki jih brez olepševanja opisuje in s tem nudi vpogled v probleme ameriške družbe. Pomagali so mu visoka inteligenca, velika življenjska energija in več dobronamernih učiteljev, ki so prepoznali njegov talent. Oluseyi je prišel na univerzo

Stanford leta 1991 kot podiplomski študent v okviru programa za nadarjene ljudi, ki so odraščali v nespodbudnem okolju. Moral je trdo delati, da je dopolnil svoje pomanjkljivo znanje. Pridružil se je skupini, ki je razvijala Multi-spectral solar telescope array (MSSTA). To je bil sestav 11-19 teleskopov, ki so na film snemali sončno atmosfero in korono v različnih valovnih dolžinah ultravijolične (UV) svetlobe. Trije taki kompleti so poleteli (1991, 1994 in 2002) na raketi in v vesolju kratek čas snemali. Kot vrsti drugih sodelavcev mu je to leta 1999 prineslo doktorat. Nato je dve leti raziskoval v industriji na področju polprevodnikov in postal avtor več patentov. V letih 2001 do 2004 je delal v Lawrence Berkeley National Laboratory. Spet je šlo za UV optiko in UV tipala in za pripravo Observatorija Vere C. Rubin v Čilu. V letih 2007 do 2019 je bil profesor fizike na Florida Institute of Technology. Ukvarjal se je z ionskim pogonom vesoljskih plovil in obenem tri leta deloval na področju izobraževanja v NASI. Zdaj je gostujoči profesor na univerzi George Mason in gostujoči raziskovalec v Laboratoriju za plazmo na Princetonu. Delal je tudi v Afriki. Oluseyi spodbuja mladino iz revnih okolij k delu v znanosti. Je izredno zavzet in karizmatičen predavatelj, kot lahko vidite na posnetku [1]. Učil je na večerni višji šoli in motiviral mnoge. Prav tako je sodeloval s televizijskimi kanali, ki popularizirajo znanost. Piše članke o astronomiji za medije. Imel je celo motivacijsko predavanje za zapornike, vedoč, da imajo tisti, ki v zaporu končajo kako uradno priznano šolanje, neprimerno boljšo perspektivo.

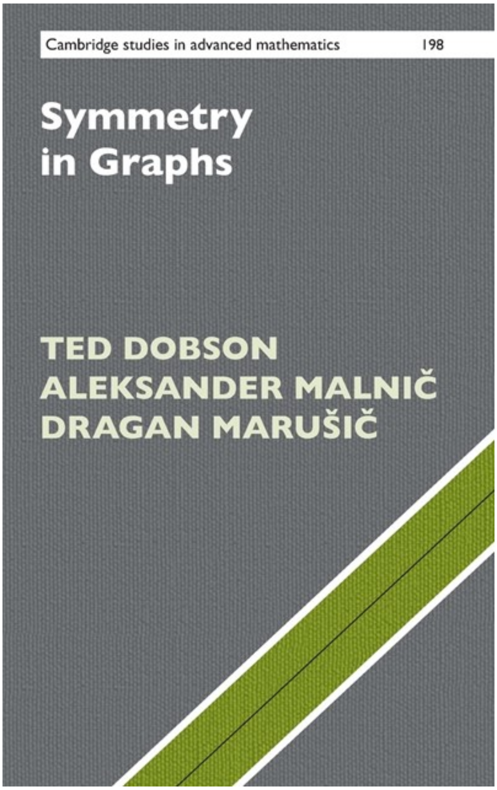
[1] Hakeem M. Oluseyi, How We Know: The Big Bang, TEDx Orlando, 30. jan. 2011, https://www.youtube.com/watch?v=wiNnhJZf6Ys

Peter Legiša

NOVE KNJIGE

E. Dobson, D. Marušič in A. Malnič, Symmetry in Graphs, Cambridge studies in advanced mathematics, Cambridge University Press.

Pri založbi Cambridge University Press je aprila 2022 izšla znanstvena monografija treh uveljavljenih matematikov, ki vsi živijo v Sloveniji in raziskovalno delajo pretežno pod okriljem Univerze na Primorskem, povezani pa so tudi z IMFM in Pedagoško fakulteto Univerze v Ljubljani. V ZDA rojeni Ted (Edward) Dobson je doktoriral pri Béli Bollobásu na Louisiana State University, Dragan Marušič je po študiju matematike v Ljubljani doktoriral pri Crispinu Nash-Williamsu na Reading University v Veliki Britaniji, njegov doktorand Aleksander Malnič pa na Univerzi v Ljubljani. Monografija Symmetry in Graphs je izša v prestižni zbirki Cambridge studies in advanced Mathematics.



Različna vprašanja o simetriji grafov, ki jih avtorji obravnavajo v delu, predstavljajo pomemben del sodobne algebraične teorije grafov. Zajetno delo ima 14 poglavij, skupaj s predgovorom, kazali in referencami pa obsega okoli 530 strani. Delo je namenjeno pretežno raziskovalcem in doktorskim študentom, vendar za branje uvodnih, s primeri bogatih poglavij, zadošča osnovno znanje teorije grup in teorije grafov. Nadaljnja poglavja so avtorji zasnovali tako, da so vanje vključili številne lastne rezultate in matematične tehnike, po katerih so širše znani: strukturne rezultate o grupah avtomorfizmov vozliščno in ločno tranzitivnih grafov ter klasifikacijo takih grafov, problem obstoja semiregularnih elementov in hamiltonskih ciklov v simetričnih grafih, in grafe s posebnimi tipi simetrij. Vsako poglavje spremlja krajši izbor nalog za samostojen študij, delo pa bralcu predstavi tudi številna odprta vprašanja in raziskovalne probleme na tem zelo živahnem področju sodobne diskretne matematike. Gre za prvo pregledno monografijo s tega področja v mednarodnem prostoru, in tudi za prvo slovensko delo, izdano pri založbi CUP. Delo predstavlja odmeven mednarodni dosežek slovenske matematike in tudi matematične skupnosti Univerze na Primorskem, ki je v dvajsetih letih svojega delovanja iz majhne skupine entuziastov zrasla v močno raziskovalno središče z bogato mednarodno akademsko dejavnostjo.

Boštjan Kuzman

Trideseto mednarodno tekmovanje študentov matematike

Tokratna izvedba je bila po selitvi na splet prva, ki je potekala spet izključno v živo. Posledično je bilo tekmovalcev pol manj kot lani, vendar pa več kot v letu pred pandemijo. Na tradicionalnem mestu, v Blagoevgradu v Bolgariji, se je med 31. julijem in 6. avgustom zbralo 393 študentov, ki so predstavljali 72 ekip (večinoma univerzitetnih, nekatere nacionalne).

Iz Slovenije je bilo letos spet veliko udeležencev, kar 11 tekmovalcev in trije spremljevalci. Fakulteto za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani so zastopali **Lovro Drofenik** in **Jaka Vrhovnik** iz drugega letnika, **Maša Žaucer**, **Luka Horjak** in **Job Petrovčič** iz tretjega letnika, **Matevž Miščič** in **Beno Učakar** iz prvega letnika druge stopnje. Štirje so tekmovali za Univerzo na Primorskem, natančneje FAMNIT: **Yllkë Jashari** in **Dmytro Tupkalenko** iz prvega letnika, **Dren Neziri** iz drugega letnika in **Diar Gashi** iz tretjega letnika. Vodji ekip sva bila Gregor Šega in Blas Fernández, pomočnik vodje ekipe FMF pa je bil Matija Šteblaj.

Slika 1. Polna predavalnica na otvoritveni slovesnosti.

Po lanskem zgodovinskem uspehu je bilo letos še boljše. Prvič je kak naš študent osvojil veliko prvo nagrado, Luka Horjak je zasedel šesto mesto. Poleg njega so prvo nagrado dobili tudi Jaka Vrhovnik, Job Petrovčič in Beno Učakar, drugo nagrado je dobila Maša Žaucer, tretjo pa Lovro Drofenik in Matevž Miščič. Diar Gashi in Dren Neziri sta osvojila pohvalo, Yllkë Jashari in Dmytro Tupkalenko pa potrdilo o udeležbi.

Ekipni uspeh se je odrazil pri skupni uvrstitvi, kjer je ekipa FMF dosegla **peto mesto**, kar je daleč najboljša uvrstitev naše ekipe (do sedaj). V zadnjih treh letih smo osvojili osem prvih nagrad (od tega Luka Horjak tri), pred tem obdobjem pa vsega skupaj sedem (osvojilo jih je sedem različnih tekmovalcev). To res kaže, kako izjemna je trenutna generacija tekmovalcev na FMF. Ekipa FAMNIT se je uvrstila na 67. mesto.

Slika 2. Ekipa FMF na trgu pred univerzo pred začetkom prvega tekmovalnega dela.

Skoraj 400 tekmovalcev in ustrezno število spremljevalcev je številka, ki skoraj presega zmogljivosti, ki so na razpolago organizatorjem. Z običajnimi nevšečnostmi, ki se primerijo (na primer, poluren izpad elektrike na Univerzi med reševanjem nalog, pri čemer je kar nekaj predavalnic brez dnevne svetlobe), predstavlja organizacija tega tekmovanja tudi vajo v potrpežljivosti, tako za udeležence kot za organizatorje. Po drugi strani pa se informacije med tekmovalci hitro širijo, znanje iz preteklih let pa je tudi dosegljivo na raznih forumih. Tako je bilo na primer prva dva dneva v menzi precej natrpano, v poznejših dnevih se je gneča preselila tudi v bližnje lokale, ki so ponujali hrano.

Glavni sponzor je vsako leto bolj prisoten, letos smo bili celo deležni nekaj predavanj z resnimi matematičnimi vsebinami. Vendar pa so določeni deli (na primer, otvoritvena slovesnost) vedno bolj videti kot novačenje sposobnih mladih kadrov. Kar morda niti ni narobe, dokler nima za posledice dejstva, da akademsko kariero nadaljuje vedno manj najsposobnejših tekmovalcev. Na to temo je bilo tudi kar nekaj diskusij med vodji ekip.

Slika 3. Piknik večerja po drugem tekmovalnem dnevu.

Sledijo tri naloge s tekmovanja. Izbrane niso najtežje naloge, tako da jih lahko poskusite rešiti sami. Zato tokrat najprej poglejmo naloge, rešitve sledijo za njimi.

Začnimo s polinomi.

Naloga 1. Poiščite vse realne polinome $P(x, y)$, za katere velja

$$P(x,y)P(z,t) = P(xz - yt, xt + yz)\,.$$

Nadaljujemo z matrikami:

Naloga 2. Dana je matrika $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Izberemo stolpec (ali vrstico) in elementa tega stolpca bodisi množimo bodisi delimo z istoležnima elementoma drugega stolpca (ali vrstice). Ali lahko po končnem številu korakov iz dane matrike dobimo matriko $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$?

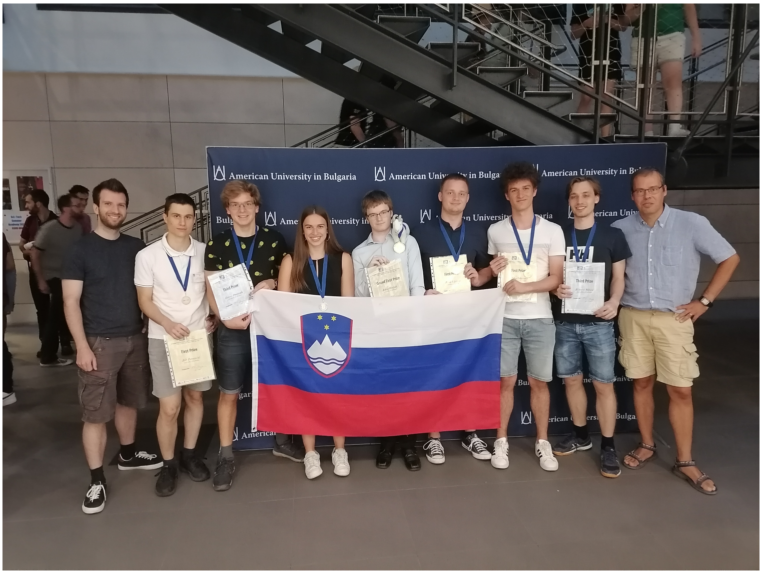
Končajmo z nalogo iz teorije grafov, ki jo je predlagal Slobodan Filipovski z Univerze na Primorskem.

Naloga 3. T naj bo drevo z n vozlišči. Naj $d(u, v)$ označuje razdaljo med vozliščema u in v (število povezav na najkrajši poti od u do v). Definiramo dve vsoti:

$$W(T) = \sum_{\substack{u,v \in V(T) \\ u \neq v}} d(u,v) \quad \text{in} \quad H(T) = \sum_{\substack{u,v \in V(T) \\ u \neq v}} \frac{1}{d(u,v)} \, .$$

Dokažite, da velja

$$W(T) \cdot H(T) \geq \frac{(n-1)^3(n+2)}{4} \, .$$



Slika 4. Zadovoljni tekmovalci po podelitvi nagrad.

Rešitev naloge 1. Najprej poiščimo polinome s kompleksnimi argumenti, ki zadoščajo navedeni enakosti. Če opazimo, da je $(x+iy)(z+it) = xz-yt+i(xt+yz)$, smo na dobri poti do rešitve. Ena rešitev je seveda konstantni polinom $P(x,y)=0$. Poiščimo še druge. Zapišimo $P(x,y) = (x+iy)^n(x-iy)^mQ(x,y)$, kjer sta n in m nenegativni celi števili, polinom $Q(x,y)$ pa ni deljiv niti z $x+iy$ niti z $x-iy$. Iz zahtevane enakosti za P izpeljemo enačbo, ki ji mora zadoščati Q: $Q(x,y)Q(z,t) = Q(xz-yt, xt+yz)$. Če vstavimo $z=t=0$, dobimo $Q(x,y)Q(0,0) = Q(0,0)$. Če $Q(0,0)$ ni enak nič, je $Q(x,y)$ identično enak 1, od koder je $P(x,y) = (x+iy)^n(x-iy)^m$.

Preverimo sedaj možnost, da je $Q(0,0)=0$. V enačbo, ki ji zadošča polinom Q, vstavimo $x=iy$ in $z=-it$. Dobimo $Q(iy,y)Q(-it,t) = Q(0,0)$. Ker Q ni deljiv z $x-iy$, obstaja y, da $Q(iy,y) \neq 0$. Podobno, ker

Q ni deljiv z $x+iy$, obstaja t, da je $Q(-it,t)\neq 0$. To pa je protislovje, ker je produkt $Q(iy,y)Q(-it,t)=0$ za vse y,t.

Torej je polinom P bodisi $P(x,y)=0$ bodisi $P(x,y)=(x+iy)^n(x-iy)^m$. Vendar za $n\neq m$ polinom P vsebuje kompleksne koeficiente. Če torej iščemo realne polinome, morata biti n in m enaka, v tem primeru je $P(x,y)=(x^2+y^2)^n$.

Rešitev naloge 2. Očitno je treba poiskati neko invarianto za opisani korak. Vemo, da je determinanta matrike taka invarianta, če bi namesto množenja (in deljenja) imeli seštevanje (in odštevanje) stolpcev (oziroma vrstic). Tako moramo samo ugotoviti, kako iz množenja pridelati seštevanje. Seveda, z logaritmiranjem! Ker je $\det\log_2\begin{bmatrix}2&3\\2&4\end{bmatrix}=\log_2(4/3)$, je tudi $\det\log_2$ katerekoli matrike, dobljene s končnim številom navedenih operacij, enaka $\log_2(4/3)$. Ker je $\det\log_2\begin{bmatrix}2&4\\2&3\end{bmatrix}=\log_2(3/4)$, do te matrike ne moremo priti.

Rešitev naloge 3. Označimo (po velikosti urejene) razdalje med vsemi pari vozlišč z $x_1\leq x_2\leq\cdots\leq x_k$, pri čemer je $k=\binom{n}{2}$. Ker v drevesu obstaja natanko $n-1$ parov vozlišč z razdaljo 1, je prvih $n-1$ razdalj enakih 1, ostale so vsaj 2. Tako dobimo

$$\begin{aligned}W(T)\cdot H(T)&=(n-1+x_n+x_{n+1}+\cdots+x_k)\cdot\\&\quad\cdot\left(n-1+\frac{1}{x_n}+\frac{1}{x_{n+1}}+\cdots+\frac{1}{x_k}\right)=\\&=(n-1)^2+(n-1)\left(\left(x_n+\frac{1}{x_n}\right)+\cdots+\left(x_k+\frac{1}{x_k}\right)\right)+\\&\quad+(x_n+x_{n+1}+\cdots+x_k)\left(\frac{1}{x_n}+\frac{1}{x_{n+1}}+\cdots+\frac{1}{x_k}\right).\end{aligned}$$

Ker je $x_j+\frac{1}{x_j}\geq 2+\frac{1}{2}$, je

$$\begin{aligned}(n-1)\left(\left(x_n+\frac{1}{x_n}\right)+\cdots+\left(x_k+\frac{1}{x_k}\right)\right)&\geq\frac{5}{2}(n-1)(k-n+1)=\\&=\frac{5(n-1)^2(n-2)}{4}\end{aligned}$$

(enakost velja, ko so vsi x_j enaki 2). Cauchyjeva neenakost (za ustrezna vektorja) nam pove, da je

$$(x_n+x_{n+1}+\cdots+x_k)\left(\frac{1}{x_n}+\frac{1}{x_{n+1}}+\cdots+\frac{1}{x_k}\right)\geq(1+1+\cdots+1)^2=$$

$$(k-n+1)^2=\frac{(n-1)^2(n-2)^2}{4}$$

(enakost velja, kadarkoli so vsi x_j enaki).

Tako dobimo

$$W(T)\cdot H(T)\geq (n-1)^2+\frac{5(n-1)^2(n-2)}{4}+\frac{(n-1)^2(n-2)^2}{4}=$$

$$=\frac{(n-1)^3(n+2)}{4},$$

enakost velja za drevo, v katerem sta vsaki nesosednji točki na razdalji 2. To je drevo s korenom in $n-1$ listi oziroma zvezda.

O težavnosti naloge lahko nekaj pove povprečno število točk. Izdelki so točkovani s celim številom od 0 do 10, prva naloga je imela povprečje 3,93, druga 5,13 in tretja 1,99. Sicer je imela na tekmovanju najvišje povprečje prva naloga prvega dne, kar 7,47, najnižje pa peta naloga prvega dne, samo 0,13.

Kogar zanimata ti dve ter druge naloge, si jih lahko ogleda na internetni strani tekmovanja `www.imc-math.org.uk`.

Tako se je uspešno zaključilo jubilejno 30. tekmovanje. Verjetno ni bil nihče presenečen, ko je bilo napovedano, da bo 31. izvedba spet potekala v Blagoevgradu.

Gregor Šega

VESTI

Zoisove nagrade in priznanja

Konec novembra so bile slavnostno podeljene Zoisove nagrade in priznanja, Puhove nagrade ter priznanja Ambasadorka znanosti. To so najvišja nacionalna priznanja za dosežke v slovenski znanosti in jih prejmejo znanstvenice in znanstveniki, ki s svojim prispevkom navdihujejo mlajše generacije k raziskovanju in inovacijam ter prispevajo k razvoju slovenske družbe in krepitvi njenega ugleda v mednarodni znanstveni skupnosti.

Zoisovo nagrado za življenjsko delo na področju razvojne psihologije je prejela zaslužna profesorica dr. Ljubica Marjanovič Umek s Filozofske fakultete na Univerzi v Ljubljani. Je raziskovalka na področju razvojne psihologije, s poudarkom na razvoju mišljenja in govora pri otrocih. Zoisovo nagrado za življenjsko delo na področju kemijskega inženirstva je prejel akademik profesor dr. Željko Knez s Fakultete za kemijo in kemijsko tehnologijo Univerze v Mariboru. Je vodilni strokovnjak na področju separacijskih procesov in tehnike s pod- in nadkritičnimi tekočinami pri visokih tlakih. Puhovo nagrado za življenjsko delo je prejel Igor Akrapovič za vseživljenjsko predanost razvoju izdelkov in tehnologij izpušnih sistemov za motocikle in avtomobile z uporabo titanove zlitine in keramičnih kompozitov.

Zoisove nagrade za vrhunske dosežke so prejeli profesor dr. Ivan Šprajc z Inštituta za antropološke in prostorske študije Znanstvenoraziskovalnega centra Slovenske akademije znanosti in umetnosti za področje arheoloških in arheoastronomskih raziskav v Mezoameriki, profesor dr. Tomaž Katrašnik s Fakultete za strojništvo Univerze v Ljubljani za področje simulacijskih modelov in diagnostičnih metod za elektromobilnost, profesorica dr. Damjana Rozman z Medicinske fakultete Univerze v Ljubljani za dosežke na področju biokemije, molekularne biologije in funkcijske genomike.

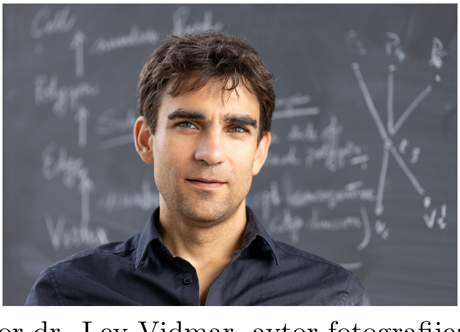
Profesor dr. Igor Klep in predsednica Odbora Republike Slovenije za podelitev nagrad in priznanj za izjemne dosežke v znanstvenoraziskovalni in razvojni dejavnosti prof. dr. Nataša Vaupotič, avtor fotografije: Marjan Verč

Zoisovo nagrado za vrhunske dosežke na področju algebre in njene uporabe je prejel tudi član Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije profesor dr. Igor Klep s Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani ter Fakultete za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije in Inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko Univerze na Primorskem. Prof. dr. Igor Klep je eden od najprodornejših in v svetu najbolj znanih slovenskih matematikov, zlasti na področju uporabe algebre v kvantni fiziki, funkcionalni analizi in računski matematiki. Rešil je enega od ključnih problemov teorije matrik in s sodelavci dokazal pomembne lastnosti matričnih šopov, kar odpira nova področja raziskovanja v algebri. Njegovo delo vključuje tudi uporabo matematičnih teorij v kvantni fiziki, kjer je s sodelavci prispeval k boljšemu razumevanju kvantnih omrežij.

Puhovo nagrado za vrhunske dosežke za razvoj nove metode priprave katalizatorjev za gorivno celico so prejeli dr. Matija Gatalo, izredni profesor dr. Nejc Hodnik, dr. Marjan Bele in profesor dr. Miran Gaberšček s Kemijskega inštituta.

Zoisova priznanja za pomembne dosežke so prejeli profesor dr. Uroš Potočnik z Medicinske fakultete ter Fakultete za kemijo in kemijsko tehnologijo Univerze v Mariboru za področje raziskovanja genoma za personalizirano medicino, profesorica dr. Andreja Benčan Golob z Instituta 'Jožef Stefan' za področje elektronske mikroskopije okolju prijaznih feroelektrikov, profesor dr. Tomaž Grušovnik s Pedagoške fakultete Univerze na Primorskem za področje okoljske etike in etike živali, dr. Mitja Lainščak z Medicinske fakultete Univerze v Ljubljani ter Splošne bolnišnice Murska Sobota za področje srčno-žilne medicine in profesor dr. Vito Vitrih s Fakultete za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije Univerze na Primorskem ter Inštituta Andrej Marušič za področje numerične matematike.

Zoisovo priznanje za odkritje novih vzorcev obnašanja večdelčnih kvantnih sistemov je prejel tudi član Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije izredni profesor dr. Lev Vidmar z Instituta 'Jožef Stefan' ter Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani. Izr. prof. dr. Lev Vidmar se posveča temeljnim vprašanjem v večdelčni kvantni fiziki. Njegove raziskave so osvetlile obnašanje kvantnih materialov pod vplivom nepravilnosti ali motenj. S svojimi ugotovitvami je postavil pod vprašaj dolgo uveljavljeno teorijo izolatorjev, kar odpira nove možnosti za način shranjevanja kvantnih informacij ključno za razvoj kvantnih računalnikov.



Izredni profesor dr. Lev Vidmar, avtor fotografije: Marjan Verč

Priznanje ambasadorka znanosti Republike Slovenije za prispevek k prepoznavnosti Slovenije na področju integrativne strukturne biologije je prejela profesorica dr. Kristina Djinović-Carugo z Evropskega laboratorija za molekularno biologijo v Grenoblu, Francija.

Vsem prejemnikom nagrad in priznanj čestitamo in želimo še veliko kariernih uspehov.

[1] https://www.gov.si/dogodki/2024-11-28-slovesna-podelitev-zoisovih-nagrad-in-priznanj-puhovih-nagrad-in-priznanja-ambasadorka-znanosti/, dostopano 10. 12. 2024

Aleš Mohorič

VESTI

Ob Tednu Univerze v Ljubljani priznanja tudi članom DMFA

Na začetku decembra vsako leto poteka Teden Univerze, na katerem Univerza v Ljubljani podeljuje priznanja za najodličnejše raziskovalne dosežke, častne nazive, plakete in nagrade. Nekaj priznanj so prejeli tudi člani DMFA.

Profesor dr. Tomaž Prosen, avtor fotografije: Peter Irman

Med najodličnejšimi raziskovalnimi dosežki raziskovalk in raziskovalcev Univerze v Ljubljani, s katerimi se poudarja usmerjenost univerze v raziskovanje, je bil letos izpostavljen profesor dr. Tomaž Prosen s Fakultete za matematiko in fiziko. Priznanje je prejel za raziskovanje kvantne dinamike z enodimenzionalnim Heisenbergovim modelom.

Zlato plaketo, ki jih unverza podeljuje posameznikom in skupinam za izjemne zasluge pri razvijanju znanstvenega, pedagoškega ali umetniškega ustvarjanja ter za krepitev ugleda Univerze v Ljubljani, je prejela profesorica dr. Irena Drevenšek Olenik s Fakultete za matematiko in fiziko. Dosegla je izjemne uspehe na področjih pedagoškega, znanstvenoraziskovalnega, organizacijskega in popularizacijskega dela v eksperimentalni fiziki mehke snovi.

Profesorica dr. Irena Drevenšek Olenik, avtor fotografije: Peter Irman

Docentka dr. Vesna Iršič, avtor fotografije: Peter Irman

Njene raziskave so povezane s tekočimi kristali, polimeri in DNK-jem. Vodi programsko skupino Svetloba in snov. Študentke in študenti jo priznavajo kot odlično učiteljico, predavateljico in mentorico.

Svečano listino, ki jo podeljujejo mladim visokošolskim učiteljicam in učiteljem ter visokošolskim sodelavkam in sodelavcem UL za izjemne pedagoške, raziskovalne in umetniške dosežke, je prejela docentka dr. Vesna Iršič s Fakultete za matematiko in fiziko. Prejela je bronasto medaljo na matematični olimpijadi in bila podoktorska raziskovalka na Univerzi Simona Fraserja v Kanadi. Njeno raziskovalno delo je izjemno, saj je do zdaj objavila 24 člankov. Za pedagoško delo prejema najboljše študentske ocene. Je aktivna organizatorka, med drugim je bila promotorka in organizatorka delavnice poletne šole Mathematics in Ljubljana 2023 in 2024.

Aleš Mohorič

VESTI

Blinčeve nagrade za leto 2024

Institut 'Jožef Stefan' in Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani sta podelila šeste Blinčeve nagrade za raziskovalno in strokovno delo na področju fizike. Blinčevo nagrado za fizike na začetku kariere je prejel doc. dr. Denis Golež z Instituta 'Jožef Stefan' in Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, Blinčevo nagrado za vrhunske enkratne dosežke dr. Nerea Sebastián Ugarteche z Instituta ‘Jožef Stefan’, Blinčevo nagrado za življenjsko delo pa prof. dr. Igor Muševič z Instituta ‘Jožef Stefan’ in Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani. Med nagrajenci sta tudi člana DMFA.

dr. Nerea Sebastián Ugarteche, avtor fotografije: Svit Merc

Profesor dr. Igor Muševič, avtor fotografije: M. Smerke, IJS

Dr. Nerea Sebastián Ugarteche je prejela nagrado za odkritje feroelektrične nematske tekočekristalne faze, ki je pred nekaj leti prineslo nov zagon v osnovnih raziskavah tekočekristalnih faz in razvoju tehnologij na osnovi tekočih kristalov. Feroelektrični tekoči kristali imajo elektro-optične lastnosti podobne trdnim feroelektričnim kristalom, ki so trenutno široko uporabljeni. Nerea Sebastián Ugarteche je imela ključno vlogo v pionirskem raziskovalnem delu, o katerem poroča članek z naslovom *Ferroelectric-Ferroelastic Phase Transition in a Nematic Liquid Crystal*, objavljen leta 2020 v reviji Physical Review Letters, kjer je dokazala, da med te snovi spada tudi pahljačasta nematična tekočekristalna faza, sestavljena iz močno polarnih molekul klinaste oblike. Proučevana tekočekristalna faza je bila prvi dokumentirani primer feroelektrične nematične tekočine, sestavljene iz majhnih molekul. Ta članek predstavlja eno izmed ključnih temeljnih del na področju feroelektričnih tekočih kristalov in je podlaga za nadaljnje raziskave teh materialov, ki potekajo v raziskovalnih skupinah po vsem svetu. V mednarodni literaturi je bilo to delo citirano že več kot 150-krat in se uvršča med najbolj citirane članke objavljene v letu 2020 na področju fizike.

Profesor dr. Igor Muševič je prejel nagrado za izjemne raziskovalne dosežke, ustvarjanje novih raziskovalnih področij in mentoriranje vrhunskih raziskovalcev. Je vrhunski raziskovalec na področju tekočih kristalov in mehke snovi. Kariero je začel v skupini za uporabo tekočih kristalov na Odseku za fiziko trdne snovi, kjer so s podjetjem Iskra razvili enega izmed prvih digitalnih osciloskopov na svetu in avtomatska varilska očala. Pozneje je začel s temeljnimi raziskavami in leta 1993 doktoriral pod mentorstvom prof. Roberta Blinca z naslovom *Elementarne ekscitacije v feroelektričnem tekočem kristalu.* Objavil je številne odmevne članke na področju dinamike kiralnih tekočih kristalov in leta 2000 skupaj s profesorjema Blincem in Žekšem izdal knjigo *Fizika feroelektričnih in antiferoelektričnih tekočih kristalov.* V istem času je uvedel metodo mikroskopije na atomsko silo za merjenje strukturnih sil v tekočih kristalih in razložil ureditev tekočih kristalov na mejnih plasteh. Pred dvajsetimi leti je uvedel uporabo optične pincete za študij samoorganizacije koloidnih delcev v tekočem kristalu, kar je vodilo do prelomnih člankov, vključno z dvema v reviji Science. Skupaj s sodelavci je kot prvi uporabil tekočekristalne kapljice za optične resonatorje in laserske izvore svetlobe, kar je odprlo novo področje uporabe tekočih kristalov. Leta 2017 je pri založbi Springer objavil monografijo *Tekočekristalni koloidi.* Te raziskave so vodile do pridobitve ERC projekta LOGOS, kjer prof. Muševič s sodelavci sestavlja logična vezja iz fotonskih mehkih snovi. Od leta 1994 vodi Laboratorij za fiziko tekočih kristalov. Leta 1997 se je zaposlil kot visokošolski učitelj na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, leta 2007 pa je postal redni profesor za fiziko. Leta 2006 je postal vodja Odseka za fiziko trdne snovi, ki ga je vodil do leta 2022. Bil je član upravnih odborov IJS, ARRS, centrov odličnosti Namaste ter Nanoznanosti in nanotehnologije, član Znanstvenega sveta IJS in njegov predsednik od 2009 do 2010. Je član uredniških odborov štirih mednarodnih znanstvenih revij, recenzent številnih znanstvenih revij in projektnih razpisov. Za svoje delo je prejel 7 domačih nagrad, med njimi Zoisovo nagrado za izjemne znanstvene dosežke leta 2009, in 4 mednarodne nagrade, vključno s *Samsung Mid-Career Award* leta 2008 za raziskave na področju tekočih kristalov. Sodeluje s skupino za mehko snov na FMF UL ter ima uspešna mednarodna sodelovanja, vključno s skupino prof. Rasinga na Univerzi v Nijmegnu že več kot 40 let. Organiziral je številne mednarodne konference in bil pobudnik ter vodja organizacijskega odbora prvih osmih nacionalnih konferenc fizikov v osnovnih raziskavah. Njegovi mednarodno odmevni dosežki in izreden občutek za fiziko so temelj ljubljanske šole fizike tekočih kristalov, priznane kot vodilni svetovni znanstveni center na tem področju.

Nagrajencem čestitamo in želimo še veliko uspeha v karieri.

Aleš Mohorič

Izjemni uspehi slovenskih tekmovalk in tekmovalcev na mednarodnih tekmovanjih niso naključje

DMFA Slovenije že vrsto let ob organizaciji državnih tekmovanj tudi izbira in pripravlja tekmovalce in tekmovalke za različna mednarodna tekmovanja. Po zelo uspešnem olimpijskem poletju smo v torek, 3. septembra 2024, pripravili tudi medijsko konferenco o letošnjih izjemnih uspehih na mednarodnih olimpijadah iz matematike, fizike, ekonomije in astronomije. Na njej so tekmovalne uspehe ter sistemsko ozadje sodelovanja na mednarodnih tekmovanjih predstavili nekateri tekmovalci, spremljevalci in strokovni sodelavci ekip ter predstavniki DMFA Slovenije.

Slika 1. Prisotni na predstavitvi. Zadnja vrsta: dr. Mojca Vilfan, mag. Ciril Dominko, Luka Horjak, dr. Jurij Bajc, Mitja Zidar, dr. Aleš Toman, Simon Bukovšek, Enej Jauk, Aljaž Rus. Prednja vrsta: Žan Arsov, Patricia Király, Luka Urbanc, Špela Gačnik, Andraž Plut, Aljaž Erman, Peter Andolšek

Prisotne je najprej pozdravila dr. Mojca Vilfan, predsednica DMFA Slovenije, ki je svoj mandat začela s 1. septembrom. Čestitala je tekmovalcem in se zahvalila vsem, ki so v preteklem mandatu tako uspešno delali z mladimi ali nudili organizacijsko pomoč v okviru društva, tako predhodnemu predsedniku društva dr. Primožu Potočniku kot tudi glavnim sofinancerjem udeležbe na mednarodnih tekmovanjih Ministrstvu za vzgojo in izobraževanje, Javnemu skladu JSRIPS in sponzorju Zavarovalna skupina Sava.

Mag. Ciril Dominko, podpredsednik DMFA Slovenije, je nato prisotnim predstavil strukturo državnih tekmovanj iz znanja, ki so glede na financiranje MVI v zadnjih letih ločena na interesna tekmovanja, ki so namenjena predvsem popularizaciji različnih področij, in na selekcijska tekmovanja, ki so tesneje povezana s šolskimi predmeti in predstavljajo tudi izhodišče za izbor najuspešnejših posameznikov v ekipe za mednarodne olimpijade. Kot dolgoletni sodelavec DMFA pri vodenju ekipe za fizikalno olimpijado in šolski mentor dijakov je opisal tudi osnovne korake do izbora ekip za olimpijade iz matematike, fizike, ekonomije in astronomije, ki jih tradicionalno vodi DMFA Slovenije.

Slika 2. Ekipa MMO 2024

Celoletne priprave dijakov na mednarodno matematično olimpijado je opisal Luka Horjak, letošnji vodja priprav, sicer pa študent FMF in nosilec edine slovenske zlate medalje na MMO doslej. MMO je mednarodna olimpijada z najdaljšo tradicijo in najštevilnejšo udeležbo. Celoletnim pripravam, ki so jih večinoma izvajali študentje, nekdanji tekmovalci, so po izboru ekipe letos sledile še tedenske priprave v Nemčiji z nekaterimi drugimi ekipami in tradicionalne skupne priprave s švicarsko ekipo. Rezultat dobrega dela so dve medalji in tri pohvale, kar je v hudi konkurenci eden izmed boljših slovenskih rezultatov na tem tekmovanju na splošno. Svoje doživljanje letošnje MMO je opisal še tekmovalec Luka Urbanc, ki se je olimpijade udeležil prvič in osvojil bronasto medaljo. Navdušilo ga je druženje z vrstniki iz vsega sveta, s katerimi deli podobne vrednote in interese, zanimiva so bila tudi predavanja, ki so jih posebej za udeležence olimpijade pripravili nekateri svetovno znani matematiki.

Slika 3. Ekipa MFO 2024

Dr. Jurij Bajc s Pedagoške fakultete v Ljubljani, ki s sodelavci v zadnjih letih na mednarodna tekmovanja pripravlja mlade fizike, je povedal, da se je Slovenija letos udeležila le Evropske fizikalne olimpijade v Gruziji, ne pa tudi Mednarodne fizikalne olimpijade v Iranu. Pojasnil je tudi vsebinske razlike med nalogami na obeh olimpijadah - naloge na MFO so tradicionalno daljše in na številne krajše korake razdeljene teoretične naloge, naloge na EFO pa nekoliko bolj posnemajo resnično raziskovalno situacijo, pri kateri reševalec išče optimalni prostop k problemu med številnimi možnimi. Zaradi bojkota številnih zahodnih držav je na EFO letos sodelovalo več držav kot na MFO. Pogled tekmovalca je dodal Enej Jauk, ki je na EFO osvojil srebrno medaljo. Povedal je, da so mu teoretične naloge ljubše kot eksperimentalne, predvsem zato, ker se lahko na teoretični del učinkovito pripravlja samostojno s študijem literature in reševanjem nalog, za kvalitetno eksperimentalno delo pa je potreben tudi dostop do laboratorijske opreme, ki mu je na voljo le občasno na FMF, PEF in IJS.

Mednarodna ekonomska olimpijada je najmlajša od tukaj predstavljenih olimpijad, in slovenska ekipa se je udeležuje šele tri leta, pa je vseeno dosegla že zelo lepe uspehe. Dr. Aleš Toman, vodja ekipe z Ekonomske fakultete,

Slika 4. Ekipa MEO 2024

je povedal, da znanja ekonomije in finančne matematike v številnih državah niso del rednega srednješolskega kurikula, zato ima ekonomska olimpijada natanko določen seznam potrebnih znanj in literature, s katero naj bi se tekmovalci seznanili za uspešno sodelovanje. V slovenski ekipi so doslej sodelovali tako gimnazijci kot dijaki srednjih strokovnih šol, nekateri so v šoli imeli predmete s področja ekonomije ali finančne matematike, drugi pa sploh ne, a so se lahko veliko naučili s samostojnim delom in pomočjo mentorjev. Že tri medalje je na MEO osvojila dijakinja Špela Gačnik, ki je opisala letošnjo ekipno nalogo: 24-urno pripravo projektne študije o možnih rešitvah nepremičninske krize v Hongkongu, kjer je razmerje med ceno nepremičnin in povprečnim zaslužkom najslabše na svetu.

V imenu strokovne ekipe za pripravo na astronomsko olimpijado je spregovoril nekdanji uspešen tekmovalec Simon Bukovšek, zdaj študent FMF. Posebnost astronomskih tekmovanj so tudi nočna opazovanja, ki dopolnjujejo teoretične naloge in analizo astronomskih podatkov. Širši krog kandidatov za olimpijsko ekipo se tako že pozimi udeleži opazovalnega tekmovanja Messierov maraton, ki predstavlja del izbirnega procesa. Nato so se z izbranimi kandidati pripravljali še na Krasu in se udeležili manjšega mednarodnega tekmovanja na Madžarskem. Dijak Žan Arsov, ki je letos na MOAA osvojil zlato medaljo, je povedal, da mu je na olimpijadi zelo prijetna izkušnja ekipni del, ki sicer ne šteje v uradne rezultate, a spodbuja medsebojno sodelovanje, velik izziv pa predstavlja časovno intenzivno peturno reševanje

Slika 5. Ekipa MOAA 2024

teoretičnega dela, ki je prava bitka s časom. Dvakratni absolutni zmagovalec in nosilec štirih zlatih medalj MOAA Peter Andolšek je nato opisal še svojo osebno pot od radovednega mladostnika do uspešnega tekmovalca, na kateri so ga spremljali odlični mentorji (izpostavil je Andreja Guština, Dunjo Fabjan in Vida Kavčiča) in izjemni sotekmovalci in tekmovalke.

Vodeni del konference, ki sem ga moderiral dr. Boštjan Kuzman, je zaključil mag. Ciril Dominko, ki je predstavil še različne pomanjkljivosti v sistemu sofinanciranja in nekaj misli o podpori, ki bi jo s strani državnih institucij še potrebovali za nadaljnje uspešno delo z mladimi, tako pri DMFA kot v drugih sorodnih organizacijah. Povedal je, da so neposredni materialni stroški državnih tekmovanj razumno sofinancirani s strani pristojnih ministrstev, da pa organizatorji tekmovanj težko zagotavljajo sredstva za svoje lastno delovanje iz drugih virov. Prav tako v sistemu manjka sredstev za dodatno strokovno delo z najbolj nadarjenimi in nekatere neizogibne stroške udeležbe na mednarodnih tekmovanjih, ki jih iz razpisnih sredstev ni mogoče uveljavljati. Na drugi strani pa je izpostavil tudi moralno dolžnost bivših tekmovalcev, da po svojih močeh kot prostovoljci pomagajo pri pripravi mlajših generacij.

V zaključku so različna vprašanja o podpori v domačem okolju, nadaljnji karieri nekdanjih tekmovalcev in podobno zastavili še novinarji in publika, v diskusijo pa so se vključili še preostali prisotni tekmovalci in tekmovalke Patricia Király, Aleš Rus, Aljaž Erman, Andraž Plut, vsi tudi nosilci medalj

Slika 6. Nekaj letošnjih medalj - skupaj so slovenske tekmovalke in tekmovalci letos poleti na olimpijadah iz matematike, fizike, ekonomije in astronomije osvojili 3 zlate, 6 srebrnih in 4 bronaste medalje ter 4 pohvale.

iz letošnjih olimpijad. Konferenca se je zaključila z zahvalo predsednice Mojce Vilfan in skupinsko fotografijo, v medijih pa je bilo v naslednjih dneh objavljenih več prispevkov, povezanih s konferenco, najodmevnejša sta bila *Ali mlade, ki se udeležujejo tekmovanj, dovolj podpiramo* (Radio Slovenija Prvi program) ter *Vroči mikrofon: Nadarjeni učenci - prepuščeni dobri volji učiteljev* (Val 202 in MMC RTVSlo).

Boštjan Kuzman

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, DECEMBER 2024
Letnik 71, številka 2

ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

CONTENTS

Na naslovnici: Ledeni kristali na luži.