

Priprave na MMO 2026 – 5. domača naloga

1. Naj bosta m in n naravni števili, za kateri je $2^m + 3^n$ popoln kvadrat. Dokaži, da je tedaj tudi $2^m \cdot 3^n$ popoln kvadrat.
2. Dokaži, da je za vsako naravno število n število

$$n^{n^{n^n}} - n^{n^n}$$

deljivo z 9.

3. Določi vsa naravna števila a, b, c in d , za katera velja

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 7 \cdot 4^{2026}.$$

4. Naj bo $p \geq 3$ praštevilo. Za vsako naravno število $k \leq p - 1$ z a_k označimo število deliteljev števila $kp + 1$, ki so strogo večji od k in manjši od p . Določi vrednost vsote

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{p-1}.$$

Naloge rešujte samostojno. Pisne rešitve je potrebno poslati najkasneje do **18. 1. 2026** preko e-maila na naslov **priprave.mmo@gmail.com**. Zadeva elektronskega sporočila naj vsebuje niz »5. domača naloga«, nalogo pa oddajte v eni pdf datoteki.

Rešitvam priložite tudi podpisano izjavo o samostojnem delu. Če boste pri reševanju nalog uporabili kakšno literaturo (v tiskani ali elektronski obliki), navedite reference.

Izjava o samostojnem delu

Spodaj podpisani/a

ime in priimek

samostojno in brez pomoči drugih oseb.

izjavljam, da sem vse naloge reševal/a

Podpis:

kraj in datum