

Priprave na MMO 2025 – 6. domača naloga

1. Naj bo ABC raznostraničen trikotnik. Dotikališča včrtane krožnice ter stranic BC , CA in AB zaporedoma označimo z D , E in F , njeno središče pa z I . Naj bo X drugo presečišče AD in včrtane krožnice ter Y presečišče premic AI in EF . Dokaži, da točke X , Y , I in D ležijo na isti krožnici.
2. Naj bo ABC ostrokotni trikotnik. Naj bosta D in E taki točki na stranicah AB in AC v tem vrstnem redu, da sta premici BC in DE vzporedni. Naj bo X točka v notranjosti štirikotnika $BCED$. Denimo, da poltraka DX in EX sekata stranico BC zaporedoma v točkah P in Q . Očrtani krožnici trikotnikov BQX in CPX naj se drugič sekata v točki Y . Dokaži, da točke A , X in Y ležijo na isti premici.
3. Naj bo ABC enakokraki trikotnik z osnovnico BC . Naj bo D točka v notranjosti daljice BC ter E in F zaporedoma taki točki na stranicah AB in AC , da velja $\angle BED = \angle DFC$. Dokaži, da drugo presečišče očrtanih krožnic trikotnikov ABF in AEC leži na premici AD .
4. Naj bo ABC trikotnik, v katerem velja $\angle ACB > 90^\circ$, in naj bo D pravokotna projekcija točke A na premico BC . Z Γ označimo krožnico s premerom BC . Premica skozi točko D naj se dotika krožnice Γ v točki P ter seka stranici AC in AB zaporedoma v točkah M in N . Če je M razpolovišče daljice DP , dokaži, da je N razpolovišče daljice AB .

Naloge rešujte samostojno. Pisne rešitve je potrebno poslati najkasneje do **6. 4. 2025** preko e-maila na naslov **priprave.mmo@gmail.com**. Rešitvam priložite tudi podpisano izjavo o samostojnem delu. Če boste pri reševanju nalog uporabili kakšno literaturo (v tiskani ali elektronski obliki), navedite reference. Standardne literature (knjige *Altius*, *Citius*, *Fortius* in e-revije *Brihtnež*) ni potrebno navajati.

Izjava o samostojnem delu

Spodaj podpisani(-a) (*ime in priimek*) izjavljam, da sem vse naloge reševal(-a) samostojno in brez pomoči drugih oseb.

..... (*kraj in datum*)

Podpis: