

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	skupaj
15	15	20	18	21	15	20	20	144

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

23. 11. 2013

Letošnje tekmovanje je posvečeno slovenskim rudarjem.

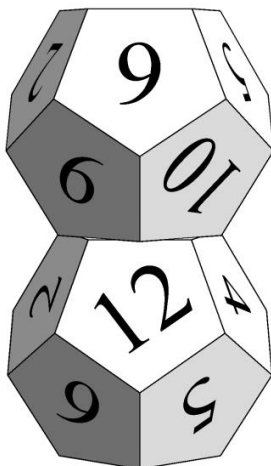
Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisala in radirko. Rešitve napiši z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Računaj na tej poli ob nalogah. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, če to ni posebej zahtevano. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Če naloga sestoji iz dveh delov (a, b), se vsak del ocenjuje kot samostojna naloga. Prazna polja se točkujejo z 0 točkami. Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 5. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 6. nalogi. Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi sta postavljeni dve enaki kocki. Poišči skupno vsoto tistih števil na obeh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!

Pravilen odgovor z računom je vreden 15 točk, pravilen odgovor brez računa 10 točk, sicer 0 točk.



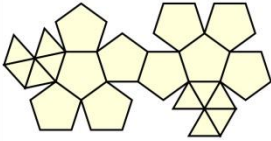
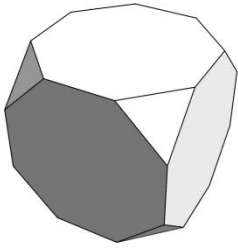
Račun:

Skupna vsota števil, ki se na dani sliki ne vidijo, je _____.

4. Poliedra

Dva poliedra sta dana na različna načina. Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 3 točke, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadratak vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopalo vseh pet števil!

Za vsak pravilno izpolnjen kvadratak dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

		5	4	2
D	B	A	A	C
B	B	E	E	E
1				
C	E	D	B	D
B	C	D	C	C
E	A	D	A	A

6. Znamke

Imaš več znamk za 7 centov in 5 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, nižja od 99 centov, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na poštno pošiljko? (Na primer: 29 centov lahko nalepimo, saj je $29=3 \times 5 + 2 \times 7$.)

Pravilen odgovor s kratkim pojasnilom velja 15 točk, pravilen odgovor brez pojasnila 10 točk, nepravilen odgovor 0 točk.

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopajo štirje domačini, ki jih označujemo z A, B, C in D. A, B in C so dali po eno izjavo.

A: B je oproda in C je vitez.

B: D je oproda in A je vitez.

C: B je oproda ali je D vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 5 točk, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D

8. Jamski škrat

Naše najbogatejše uranovo rudišče na Žirovskem vrhu so leta 1960 odkrili beograjski geologi. Do leta 1990, ko je bil sprejet sklep o začasnem prenehanju izkoriščanja uranove rude, so v Rudniku urana Žirovski vrh iz preko treh milijonov ton materiala pridobili 633.000 ton uranove rude, iz katere so proizvedli 452 ton uranovega koncentrata. V rudniku je bilo do 25. 7. 2005, ko so jamo zaprli, zaposlenih 713 delavcev, od katerih je imel vsak svojo osebno številko (naravna števila od 1 do 713). Vsak delavec je imel svojo osebno številko zapisano na kontrolnem obesku, »markici«, ki ga je pred vstopom v jamo prestavil iz omarice odsotnih v omarico prisotnih, ob povratku pa nazaj.

Nekega dne je jamski škrat vseh 713 markic iz obeh omaric stresel v jamski voziček in rudarskemu nadzorniku zastavil vprašanje: »Najmanj koliko markic moraš izvleči iz vozička, da bosta med njimi zagotovo dve, ki imata enako vsoto svojih števk? Če pravilno odgovoriš, bom markice pravilno razporedil nazaj v omarici.«

Kaj mora odgovoriti rudarski nadzornik, da bo škrat markice pravilno razporedil nazaj?

Za pravičen odgovor dobiš 20 točk, sicer 0 točk.

Odgovor: _____.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	skupaj
15	15	20	18	21	15	20	20	144

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

23. 11. 2013

Letošnje tekmovanje je posvečeno slovenskim rudarjem.

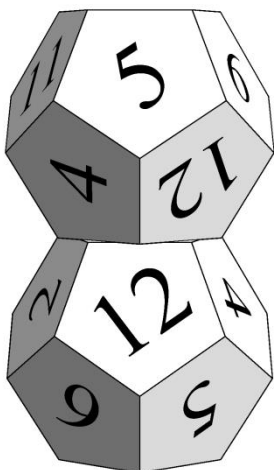
Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisala in radirko. Rešitve napiši z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Računaj na tej poli ob nalogah. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, če to ni posebej zahtevano. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Če naloga sestoji iz dveh delov (a, b), se vsak del ocenjuje kot samostojna naloga. Prazna polja se točkujejo z 0 točkami. Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 5. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 6. nalogi. Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi sta postavljeni dve enaki kocki. Poišči skupno vsoto tistih števil na obeh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!

Pravilen odgovor z računom je vreden 15 točk, pravilen odgovor brez računa 10 točk, sicer 0 točk.



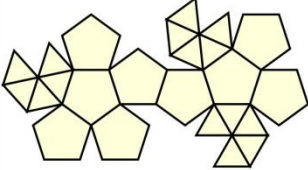
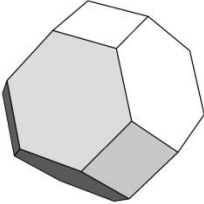
Račun:

Skupna vsota števil, ki se ne vidijo, je _____.

4. Poliedra

Dva poliedra sta dana na različna načina. Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 3 točke, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadrček vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopalo vseh pet števil!

Za vsak pravilno izpolnjen kvadrček dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

E	C	D	E	E
A	A	A	E	D
3			1	5
B	B	D	B	A
C	C	A	4	D
C	B	E	C	D

6. Znamke

Imaš več znamk za 7 centov in 8 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na poštno pošiljko? (Na primer: 78 centov lahko nalepimo, saj je $78=8\times 8+2\times 7$.)

Pravilen odgovor s kratkim pojasnilom velja 15 točk, pravilen odgovor brez pojasnila 10 točk, nepravilen odgovor 0 točk.

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa pet domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D in E. A, B, C in D so dali po eno izjavo.

A: D je vitez, če in samo če je E vitez.

B: Če je D oproda, potem je A vitez.

C: B je vitez ali je A vitez.

D: A je oproda in E je vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 4 točke, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D	E

8. Jamski škrat

Živo srebro je na območju sedanje Idrije po legendi leta 1490 odkril škafar, izdelovalec lesenih posod. Po odkritju velike živosrebrne žile leta 1508 se je začel razvijati rudnik živega srebra, v katerem so v 18. stoletju pridobili med 600 in 700 tonami živega srebra letno. Zaposloval je 1350 delavcev, od katerih je vsak imel svojo osebno številko (naravna števila od 1 do 1350). Vsak delavec je imel svojo osebno številko zapisano na kontrolnem obesku, »markici«, ki ga je pred vstopom v jamo prestavil iz omarice odsotnih v omarico prisotnih, ob povratku pa nazaj.

Nekega dne je jamski škrat vse markice iz obeh omaric stresel v jamski voziček in rudarskemu nadzorniku zastavil vprašanje: »Najmanj koliko markic moraš izvleči iz vozička, da bosta med njimi zagotovo dve, ki imata enako vsoto svojih števk? Če pravilno odgovoriš, bom markice pravilno razporedil nazaj v omarici.«

Kaj mora odgovoriti rudarski nadzornik, da bo škrat markice pravilno razporedil nazaj?

Za pravičen odgovor dobiš 20 točk, sicer 0 točk.

Odgovor: _____.

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
23. 11. 2013

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	skupaj
15	15	20	18	31	15	18	20	152

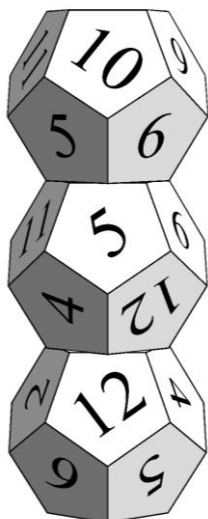
Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisala in radirko. Rešitve napiši z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Računaj na tej poli ob nalogah. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, če to ni posebej zahtevano. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Če naloga sestoji iz dveh delov (a, b), se vsak del ocenjuje kot samostojna naloga. Prazna polja se točkujejo z 0 točkami. Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 5. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 6. nalogi. Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloga za 1. in 2. letnik srednje šole

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi so postavljene tri enake kocke. Poišči skupno vsoto tistih števil na vseh treh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!

Pravilen odgovor z računom je vreden 15 točk, pravilen odgovor brez računa 10 točk, sicer 0 točk.



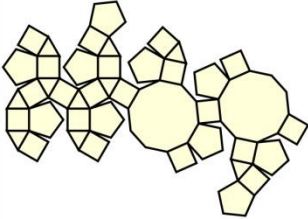
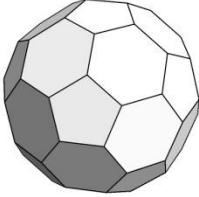
Račun:

Skupna vsota števil, ki se ne vidijo, je _____.

4. Poliedra

Dva poliedra sta dana na različna načina. Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 3 točke, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadratik vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste črke nastopalo vseh šest števil!

Za vsak pravilno izpolnjen kvadratik dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

			5		
A	F	C	B	D	F
F	C	C	B	F	D
C	C	D	C	A	B
F	D	2	A	F	B
4				1	
D	B	E	E	A	E
A	E	E	E	A	6

6. Znamke

Imaš več znamk za 9 centov in 8 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na poštno pošiljko? (Na primer: 26 centov lahko nalepimo, saj je $26=2 \times 9+8$.)

Pravilen odgovor s kratkim pojasnilom velja 15 točk, pravilen odgovor brez pojasnila 10 točk, nepravilen odgovor 0 točk.

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa šest domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E in F. A, B, C, D in E so dali po eno izjavo.

A: E je vitez, če in samo če je D vitez.

B: C je oproda ali je F vitez.

C: E je vitez ali je A oproda.

D: E je vitez, če in samo če je B vitez.

E: B je vitez in C je oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 3 točke, za vsako nepravilno ugotovitev se 2 točki odšteje.

A	B	C	D	E	F

8. Jamski škrat

Delo rudarjev je težko in zdravju škodljivo, zato jim je štela zavarovalna doba s povečanjem. Za vsakih 12 mesecev dejanskega dela v rudniku so imeli priznanih 18 mesecev zavarovalne dobe. Zadnji rudar v edinem slovenskem rudniku urana v Žirovskem vrhu, ki je tam, upošteva zavarovalno dobo s povečanjem, dopolnil polnih 40 let zavarovalne dobe, se je upokojil v začetku leta 2013. Ker so rudniško jamo 25. julija 2005 zaprli, se rudarju od začetka leta 2006 dalje ni več štela zavarovalna doba s povečanjem, saj je odtlej delal kot vzdrževalec odlagališč.

Katerega leta se je ta rudar zaposlil?

Za pravilen odgovor dobiš 20 točk, sicer 0 točk.

Odgovor: Zaposlil se je leta _____.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	skupaj
15	15	20	18	31	15	21	20	155

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

23. 11. 2013

Letošnje tekmovanje je posvečeno slovenskim rudarjem.

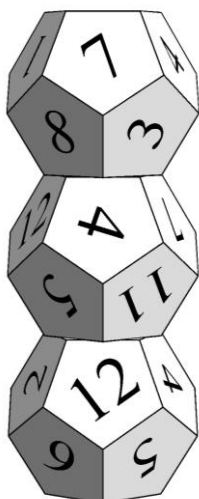
Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisala in radirko. Rešitve napiši z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Računaj na tej poli ob nalogah. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna, če to ni posebej zahtevano. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Če naloga sestoji iz dveh delov (a, b), se vsak del ocenjuje kot samostojna naloga. Prazna polja se točkujejo z 0 točkami. Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 5. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 6. nalogi. Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole ter študente

1. Dvanajsterčna kocka

Dvanajsterčna kocka ima oštevilčene mejne ploskve s števili od 1 do 12 tako, da je vsota števil na nasprotnih ploskvah povsod enaka. Ena na drugi so postavljene tri enake kocke. Poišči skupno vsoto tistih števil na vseh treh kockah, ki se na dani sliki ne vidijo!

Pravilen odgovor z računom je vreden 15 točk, pravilen odgovor brez računa 10 točk, sicer 0 točk.



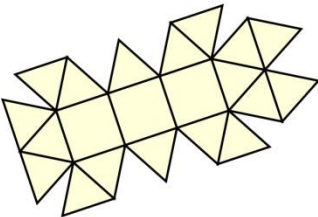
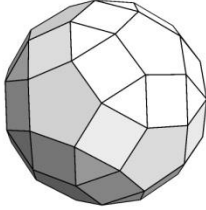
Račun:

Skupna vsota števil, ki se ne vidijo, je _____.

4. Poliedra

Dva poliedra sta dana na različna načina. Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 3 točke, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

Polieder		
Število mejnih ploskev		
Število oglišč		
Število robov		

5. Označeni sudoku

V vsak prazen kvadrata vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih z isto črko nastopalo vseh šest števil!

Za vsak pravilno izpolnjen kvadrata dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

			1		
A	F	C	B	D	F
F	C	C	B	F	D
C	C	D	C	A	B
F	4	D	A	F	B
6	B	E	E	3	E
A	E	E	E	A	5

6. Znamke

Imaš več znamk za 9 centov in 7 centov. Katera je najvišja celoštevilčna poštnina, katere točna vrednost se s temi znamkami **ne da nalepiti** na poštno pošiljko? (Na primer: 25 centov lahko nalepimo, saj je $25=2 \times 9+7$.)

Pravilen odgovor s kratkim pojasnilom velja 15 točk, pravilen odgovor brez pojasnila 10 točk, nepravilen odgovor 0 točk.

Najvišja poštnina, katere točne vrednosti ne moremo nalepiti, je _____ centov.

Pojasnilo:

7. Otok vitezov in oprod

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.

V nalogi nastopa sedem domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E, F in G. A, B, C, D, E, in F so dali po eno izjavo.

A: C je oproda in D je oproda.

B: D je oproda, če in samo če je A oproda.

C: E je oproda in D je oproda.

D: B je vitez ali je G vitez.

E: Če je C oproda, potem je A oproda.

F: Če je D vitez, potem je E vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!

Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 3 točke, za vsako nepravilno ugotovitev se 2 točki odšteje.

A	B	C	D	E	F	G

8. Jamski škrat

Rudnik urana Žirovski vrh je bil rudnik z najmodernejšo opremo v državi. Že leta 1979 so nabavili elektrohidravlične vrtalne garniture, prvi jamski samohodni nakladalec in kamion.

Leta 2000 je bilo na seznamu njihove rudarske opreme (strojev in vozil): 16 jamskih kamionov, 15 jamskih nakladalcev, 4 delovni stroji, 20 vrtalnih garnitur, 11 strojev za betoniranje, 13 platform, 10 kompresorjev, 5 viličarjev, 17 intervencijskih vozil in 56 drugih registriranih vozil.

Stroji in vozila so bili razdeljeni v tri skupine: 1. uporabni, 2. neuporabni oz. odpisani, 3. prodani. Število sredstev v vsaki skupini je dvomestno. Števili uporabnih in prodanih sta deljivi z 10. Pri deljenju števila uporabnih in števila prodanih z 10 dobimo različni praštevili, katerih razlika je tudi praštevilo.

Če ti povem še, da je bilo uporabnih strojev in vozil več kot prodanih in več kot neuporabnih oz. odpisanih, ugotovi, koliko strojev in vozil na seznamu rudarske opreme rudnika v Žirovskem vrhu leta 2000 je bilo uporabnih in koliko neuporabnih oz. odpisanih!

Za pravilno rešitev dobiš 20 točk (10 točk za vsako pravilno ugotovljeno število), sicer 0 točk.

Uporabnih je bilo _____, neuporabnih oz. odpisanih pa _____ strojev in vozil.

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

23. 11. 2013

Rešitve nalog za 8. in 9. razred osnovne šole

1. Skupna vsota vseh števil na obeh kockah je $2(1 + 2 + \dots + 12) = 2 \cdot 78 = 156$.

Vidimo: $(11 + 5 + 6 + 12 + 4) + (2 + 12 + 4 + 5 + 6) = 38 + 29 = 67$.

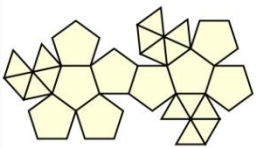
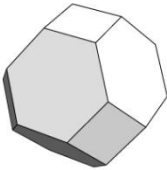
Skupna vsota števil, ki se ne vidijo: $156 - 67 = 89$.

2. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	G	B	D	I	A	F	H	J	E

4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	24	14
Število oglišč	23	24
Število robov	45	36

5.

2	1	5	3	4
E	C	D	E	E
1	4	3	5	2
A	A	A	E	D
3	2	4	1	5
B	B	D	B	A
5	3	2	4	1
C	C	A	B	D
4	5	1	2	3
C	B	E	C	D

6. 41 centov

Če sta a in b tuji števili, ima enačba $ax + by = c$ rešitev v celih številih za vsak c .

Kdaj ima rešitev v nenegativnih celih številih? Pri $c = 56$ ima kar dve rešitvi in za vsak $c > 56$ vsaj eno takšno rešitev. Tabelirajmo števila $7x + 8y$, $x = 0$ do $x = 8$ in $y = 0$ do $y = 7$. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli in je manjše od 56. To je 41.

{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56},
{7, 15, 23, 31, 39, 47, 55, 63},
{14, 22, 30, 38, 46, 54, 62, 70},
{21, 29, 37, 45, 53, 61, 69, 77},
{28, 36, 44, 52, 60, 68, 76, 84},
{35, 43, 51, 59, 67, 75, 83, 91},
{42, 50, 58, 66, 74, 82, 90, 98},
{49, 57, 65, 73, 81, 89, 97, 105},
{56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112}.

7.

A	B	C	D	E
vitez	vitez	vitez	oproda	oproda

8. Vsota števk je lahko od 1 (števila 1, 10, 100, 1000) do 27 (število 999), torej je možnih 27 različnih vsot. Izvleči mora 28 markic, da bosta zagotovo dve vsoti števk enaki.

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

23. 11. 2013

Rešitve nalog za 6. in 7. razred osnovne šole

1. Skupna vsota vseh števil na obeh kockah je $2 \cdot (1 + 2 + \dots + 12) = 2 \cdot 78 = 156$.

Vidimo: $(2 + 6 + 5 + 9 + 10) + (2 + 12 + 4 + 6 + 5) = 32 + 29 = 61$.

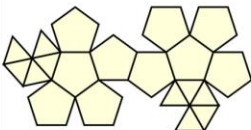
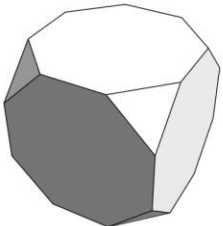
Skupna vsota števil, ki se na dani sliki ne vidijo: $156 - 61 = 95$.

2. 1. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	D	J	G	A	F	H	I	C	B

4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	20	14
Število oglišč	22	24
Število robov	40	36

5.

D 3	B 1	A 5	A 4	C 2
B 4	B 5	E 3	E 2	E 1
C 1	E 4	D 2	B 3	D 5
B 2	C 3	D 1	C 5	C 4
E 5	A 2	D 4	A 1	A 3

6. 23 centov

Naredimo tabelo števil, ki se jih da izraziti z večkratniki števil 5 in 7.

V prvi stolpec tabele zapišemo večkratnike števila 7, v prvo vrstico pa večkratnike števila 5.

V ostale celice zapišemo vsoto večkratnikov števil 5 in 7 v isti vrstici in istem stolpcu.

	5	10	15	20	25	30	35
7	12	17	22	27	32	37	42
14	19	24	29	34	39	44	49
21	26	31	36	41	46	51	56
28	33	38	43	48	53	58	63
35	40	45	50	55	60

Ugotovimo, da zadnje vrstice ne potrebujemo, saj je vsebovana že v prvi vrstici. Če bi tabelo podaljšali, bi bila v njej vsa števila, večja od 35. Zakaj? Vsa števila, večja od 35, ki se končajo z 0 ali s 5 bi bila v prvi vrstici, z 2 ali s 7 v drugi vrstici, s 4 ali z 9 v tretji vrstici, z 1 ali s 6 v četrti vrstici, z 8 ali s 3 pa v peti vrstici. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli. Manjkajo: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 18, 23.

Najvišja poštnina, ki je z znamkami za 5 in 7 centov ne moremo nalepiti, je 23 centov.

7.

A	B	C	D
vitez	oproda	vitez	vitez

8. Vsota števk je lahko od 1 (števila 1, 10, 100) do 24 (število 699), torej je možnih 24 različnih vsot. Izvleči mora 25 markic, da bosta zagotovo dve vsoti števk enaki.

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
23. 11. 2013

Rešitve nalog za 1. in 2. letnik srednje šole

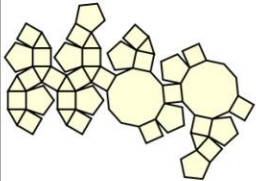

1. Skupna vsota števil na vseh treh kockah je $3(1 + 2 + \dots + 12) = 3 \cdot 78 = 234$.
 Vidimo: $(11 + 10 + 9 + 5 + 6) + (11 + 5 + 6 + 4 + 12) + (2 + 12 + 4 + 6 + 5) = 41 + 38 + 29 = 108$.
 Skupna vsota števil, ki se ne vidijo: $234 - 108 = 126$.

2. 3. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G	A	H	C	B	D	J	F	E	I

4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	42	32
Število oglišč	50	60
Število robov	90	90

5.

3	4	2	5	6	1
A	F	C	B	D	F
6	5	4	1	2	3
F	C	C	B	F	D
1	6	5	3	4	2
C	C	D	C	A	B
5	2	1	6	3	4
F	D	D	A	F	B
4	3	6	2	1	5
D	B	E	E	A	E
2	1	3	4	5	6
A	E	E	E	A	B

6. 55 centov

Če sta a in b tuji števili, ima enačba $ax+by=c$ rešitev v celih številih za vsak c .
 Kdaj ima rešitev v nenegativnih celih številih? Pri $c=72$ ima kar dve rešitvi in za vsak $c>72$ vsaj eno takšno rešitev. Tabelirajmo števila $8x+9y$, $x=0$ do $x=9$ in $y=0$ do $y=8$. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli in je manjše od 72. To je 55.

{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72},
 {9, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 73, 81},
 {18, 26, 34, 42, 50, 58, 66, 74, 82, 90},
 {27, 35, 43, 51, 59, 67, 75, 83, 91, 99},
 {36, 44, 52, 60, 68, 76, 84, 92, 100, 108},
 {45, 53, 61, 69, 77, 85, 93, 101, 109, 117},
 {54, 62, 70, 78, 86, 94, 102, 110, 118, 126},
 {63, 71, 79, 87, 95, 103, 111, 119, 127, 135},
 {72, 80, 88, 96, 104, 112, 120, 128, 136, 144}.

7.

A	B	C	D	E	F
oproda	oproda	vitez	vitez	oproda	oproda

8. Rudar je zadnjih 7 let delal brez zavarovalne dobe s povečanjem. $40 \text{ let} - 7 \text{ let} = 33 \text{ let}$ je pridobil po sistemu 12 za 18 oz. 2 za 3. $(33 \text{ let}/3) \times 2 = 22 \text{ let}$ je delal v jami, $33 \text{ let} - 22 \text{ let} = 11 \text{ let}$ pa je dobil zavarovalne dobe s povečanjem. Dejansko je delal $7 \text{ let} + 22 \text{ let} = 29 \text{ let}$. $2013 - 29 = 1984$. Rudar se je zaposlil leta 1984.

24. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

23. 11. 2013

Rešitve nalog za 3. in 4. letnik srednje šole ter študente

1. Skupna vsota vseh števil je $3 \cdot (1 + 2 + \dots + 12) = 3 \cdot 78 = 234$.

Vidimo: $(1 + 7 + 4 + 8 + 3) + (12 + 4 + 7 + 11 + 5) + (2 + 12 + 4 + 5 + 6) = 23 + 39 + 29 = 91$.

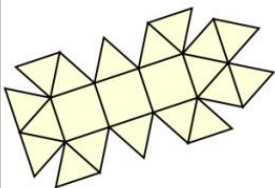
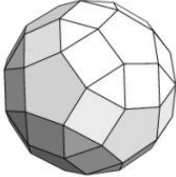
Skupna vsota števil, ki jih ne vidimo: $234 - 91 = 143$.

2. 4. mreža

3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	I	G	D	J	E	H	A	F

4.

Polieder		
Število mejnih ploskev	21	62
Število oglišč	14	60
Število robov	33	120

5.

2	6	4	1	5	3
A	F	C	B	D	F
5	1	6	3	4	2
F	C	C	B	F	D
3	5	1	2	6	4
C	C	D	C	A	B
1	4	3	5	2	6
F	D	D	A	F	B
6	2	5	4	3	1
D	B	E	E	A	E
4	3	2	6	1	5
A	E	E	E	A	B

6. 47 centov

Če sta a in b tuji števili, ima enačba $ax+by=c$ rešitev v celih številih za vsak c .

Kdaj ima rešitev v nenegativnih celih številih? Pri $c=63$ ima kar dve rešitvi in za vsak $c>63$ vsaj eno takšno rešitev. Tabelirajmo števila $7x+9y$, $x=0$ do $x=9$ in $y=0$ do $y=7$. Poiskati moramo največje število, ki ga ni v tabeli in je manjše od 63. To je 47.

{0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63},
 {9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, 65, 72},
 {18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, 74, 81},
 {27, 34, 41, 48, 55, 62, 69, 76, 83, 90},
 {36, 43, 50, 57, 64, 71, 78, 85, 92, 99},
 {45, 52, 59, 66, 73, 80, 87, 94, 101, 108},
 {54, 61, 68, 75, 82, 89, 96, 103, 110, 117},
 {63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126}.

7.

A	B	C	D	E	F	G
oproda	oproda	oproda	vitez	vitez	vitez	vitez

8. Označimo skupine: uporabni (U), prodani (P), neuporabni oz. odpisani (O).

Seštejemo vse stroje in vozila: $U+P+O=167$. Zapišemo lahko: $U=10x$, $P=10y$, $O=10z+7$.

Velja: $10 > x > y$, x in y sta praštevili, $x-y$ je praštevilo. $10x+10y+10z+7=167 \Rightarrow x+y+z=16$.

x je lahko le 7 (5 je premalo, ker je uporabnih največ). Ker je razlika $x-y$ praštevilo in je y praštevilo, je y lahko 5 ali 2 ($7-5=2$, $7-3=4$, $7-2=5$). Toda 2 ne more biti, saj je v tem primeru $z=16-7-2=7$ in bi bilo odpisanih več kot uporabnih. Torej je $x=7$, $y=5$ in $z=4$.

70 strojev in vozil je bilo uporabnih, 50 prodanih, 47 pa neuporabnih oz. odpisanih.