

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



--

Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE IN FINANČNE MATEMATIKE
TER STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2017/18

1. skupina: Poslovna matematika

Petek, 9. marec 2018

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga

Na kmetijskem posestvu 5 traktorjev preorje 120 ha v 3 dneh, če orjejo 8 ur na dan.

- a) Koliko traktorjev potrebujejo, da preorjejo za petino večjo površino v 4 dneh, če orjejo po 2 uri manj na dan?

3 točke

- b) Za koliko ur naj spremenijo delavnik, da bi 6 traktorjev s povprečno 10 % manjšo zmogljivostjo preoralo za četrtno večjo površino v 4 dneh?

4 točke

2. naloga

V podjetju Marplus d. o. o. so imeli 772.000 EUR prihodkov in 540.000 EUR odhodkov. Po plačilu 19-% davka na dobiček so 85.000 EUR reinvestirali, ostanek pa razdelili takole:

- 70 % trem lastnikom, in sicer premo sorazmerno z lastniškimi deleži, ki so znašali 15.000 EUR, 23.200 EUR in 8.250 EUR,
- ostanek pa 250 zaposlenim v podjetju kot nagrado za poslovno uspešnost.

Koliko denarja so pri delitvi dobička dobili lastniki podjetja, če so morali plačati še 25-% davek od kapitalskega dobička?

Za zaposlenega izračunajte tudi znesek nagrade za poslovno uspešnost.

3. naloga

Leta 2015 sta gospodarski družbi A in B izdelali enako število izdelkov, in sicer vsaka 120.000 kosov. Potem je gospodarska družba A vsako leto povečala število kosov za 10 %, B pa vsako leto za 12.000 izdelkov.

- a) Koliko izdelkov bodo ob takšnem naraščanju proizvodnje izdelali v družbah A in B leta 2019?

2 točki

- b) Za koliko kosov in odstotkov je bila proizvodnja leta 2018 v družbi A večja od proizvodnje v družbi B?

3 točke

- c) Koliko izdelkov bosta izdelali družbi A in B od vključno leta 2015 do vključno leta 2019?

2 točki

4. naloga

Janez in Meta sta se odločila za nakup gorskega kolesa, moškega in ženskega.

- a) Pri nakupu moškega gorskega kolesa sta se dogovorila, da bosta 30 % njegove vrednosti plačala takoj, ostanek, ki bo obrestovan po 4,5 %-letni obrestni meri, pa v 3 mesecih. Kolikšno je bilo dokončno poplačilo gorskega kolesa, če je bila njegova osnovna cena 1.457,25 EUR?

4 točke

- b) Pri nakupu ženskega gorskega kolesa sta se v trgovini dogovorila, da ga bosta plačala v dveh obrokih, in sicer prvega takoj – v višini 50 % od celotne cene ženskega gorskega kolesa, drugi obrok pa bosta poravnala čez 6 mesecev v znesku 452,55 EUR. Kolikšna je bila cena Metinega kolesa v trgovini, če so v drugem obroku vračunane tudi obresti po 7,2-% letni stopnji za čas odloga drugega obroka?

3 točke



Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE MATEMATIKE IN STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2017/18

2. skupina: Statistika

Petek, 9. marec 2018

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!



1. NALOGA

Neka srednja ekonomska šola je v letih 2015/16 in 2016/17 osvojila naziv Raziskovalna šola. Za osvojitve tega naslova so bili pomembni tudi dosežki dijakov na različnih tekmovanjih. V šolskem letu 2015/16 sta bila na šoli 302 dijaka. V tem šolskem letu so osvojili skupaj 63 bronastih, 15 srebrnih in 13 zlatih priznanj. V šolskem letu 2016/17 je šolo obiskovalo 246 dijakov. V tem šolskem letu so v primerjavi s prejšnjim osvojili za 4,8 % več bronastih, enako število srebrnih in za 30,8 % več zlatih priznanj.

- a) Podatke o doseženih priznanjih v šolskem letu 2015/16 zapišite v tabelo spodaj in izračunajte doseženo število priznanj v šolskem letu 2016/17. (Podatke o številu priznanj zaokrožite na celo število.)

Tabela 1: **Dijaki po osvojenih priznanjih na srednji ekonomski šoli v šolskih letih 2015/16 in 2016/17**

Vrsta priznanja	Šolsko leto	
	2015/16	2016/17
Bronasta priznanja		
Srebrna priznanja		
Zlata priznanja		
Skupaj		

2 točki

- b) Izračunajte strukturo dijakov po vrsti priznanja in jo izrazite v odstotkih.

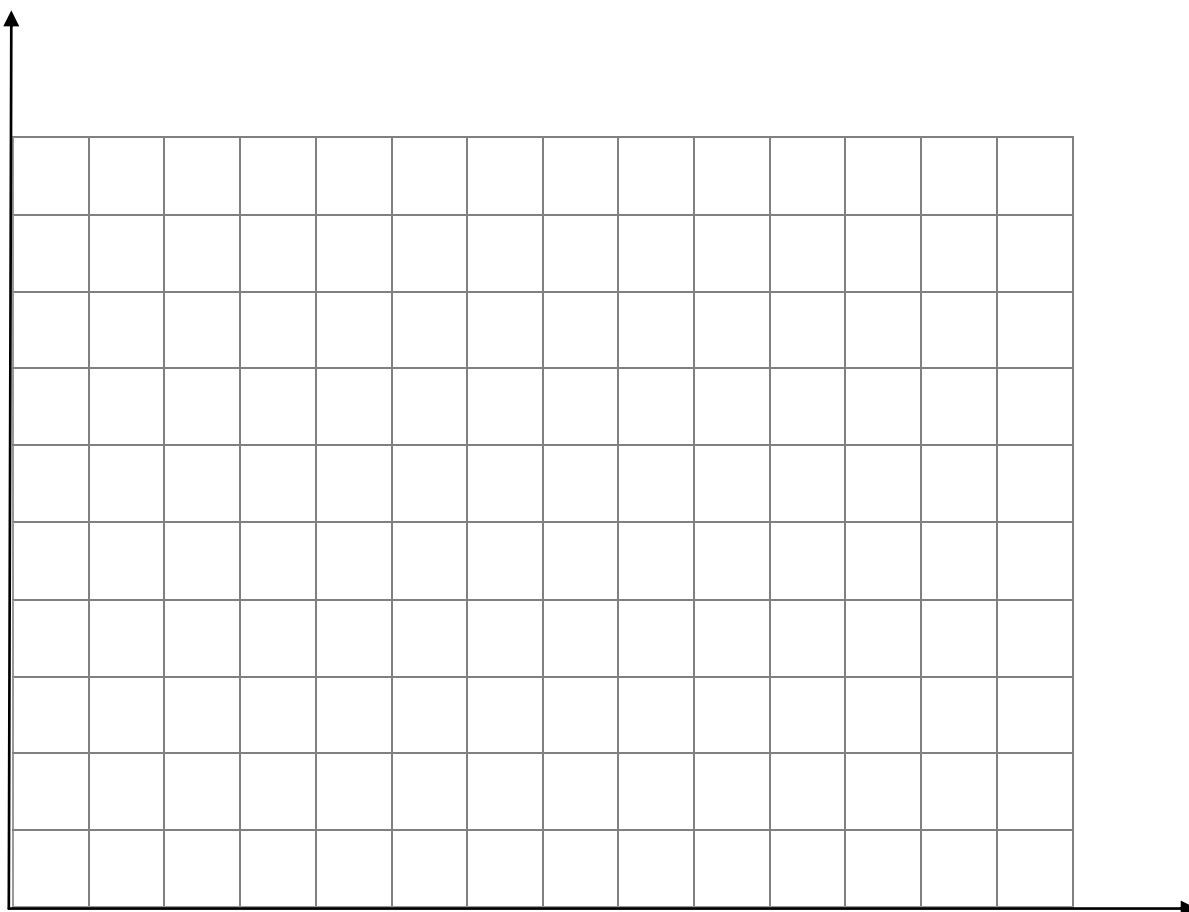
Tabela 2: **Struktura dijakov po osvojenih priznanjih na srednji ekonomski šoli v šolskih letih 2015/16 in 2016/17**

2 točki

Vrsta priznanja	Šolsko leto	
	2015/16	2016/17
Bronasta priznanja		
Srebrna priznanja		
Zlata priznanja		
Skupaj		

- c) Strukturo dijakov po vrsti priznanj grafično prikažite s strukturnima stolpcema za obe šolski leti.

3 točke





2. NALOGA

Na SURS-u so zbrali podatke o ležiščih in prenočitvah turistov po vrstah občin in nastanitvenih objektov v mesecu avgustu 2012.

Tabela 3: Ležišča po vrstah občin in nastanitvenih objektov v mesecu avgustu 2012

Vrste nastanitvenih objektov	Zdraviliške občine	Gorske občine	Obmorske občine	Ljubljana	Mestne občine	Druge občine
Hoteli in podobni nastanitveni objekti	11.418	10.811	9.432	5.110	5.183	5.010
Kampi	4.197	8.307	5.147	600	410	2.502
Ostali nastanitveni objekti	5.060	15.390	9.052	2.585	2.253	5.964

Vir: SURS, 2017

Tabela 4: Prenočitve turistov po vrstah občin in nastanitvenih objektov v mesecu avgustu 2012

Vrste nastanitvenih objektov	Zdraviliške občine	Gorske občine	Obmorske občine	Ljubljana	Mestne občine	Druge občine
Hoteli in podobni nastanitveni objekti	238166	173212	239573	83309	63554	42495
Kampi	108475	186486	77200	12767	3484	26690
Ostali nastanitveni objekti	75996	129557	101685	30443	9242	29619

Vir: SURS, 2017

a) Kolikšno je bilo povprečno število prenočitev na ležišče v zdraviliških krajih?

3 točke

b) Kolikšna je bila povprečna zmogljivost ležišč na 100 prenočitev v kampih?

3 točke

c) Za koliko odstotkov je bilo število prenočitev v hotelih v obmorskih občinah večje v primerjavi z gorskimi občinami?

1 točka



3. NALOGA

Košarka je z zmago naših košarkarjev na Evropskem prvenstvu v košarki postala eden izmed pomembnih slovenskih športov. Med najboljšimi slovenskimi košarkarji na Evropskem prvenstvu 2017 sta bila Goran Dragič in Luka Dončić.

Slovenija je v predtekmovanju tekmovala v skupini A skupaj s Finsko, Francijo, Grčijo, Poljsko in Islandijo. V tabeli so prikazani doseženi rezultati posameznih ekip v predtekmovanju.

Tabela 5: Doseženi rezultati košarkarskih ekip skupine A v predtekmovanju na Evropskem prvenstvu v košarki 2017

Uvrstitev (doseženo mesto)	Košarkarska ekipa	Število točk	Število doseženih košev	Število prejetih košev	Razlika košev
1.	 Slovenija	10	446	384	
2.	 Finska	9	426	408	
3.	 Francija	8	450	422	
4.	 Grčija	7	421	400	
5.	 Poljska	6	411	414	
6.	 Islandija	5	355	481	

Vir: https://sl.wikipedia.org/wiki/Evropsko_prvenstvo_v_ko%C5%A1arki_2017

- a) Izračunajte razliko v doseženih in prejetih koših. Ugotovite, katera košarkarska ekipa je imela največjo pozitivno in katera največjo negativno razliko med doseženimi in prejetimi koši. (Rezultate vpišite v prvi prazni stolpec v tabeli.)

1 točka

Največjo pozitivno razliko med doseženimi in prejetimi koši je dosegla ekipa _____, razlika je znašala _____ košev. Največjo negativno razliko med doseženimi in prejetimi koši je dosegla ekipa _____, razlika je znašala _____ košev.

1 točka

- b) S pomočjo ustreznih indeksov izračunajte, za koliko odstotkov več oz. manj točk so osvojili ostali košarkarji v primerjavi z Goranom Dragičem. (Rezultate zaokrožite na 2 decimalni mesti natančno in jih vpišite v prazni stolpec v tabeli.)

Tabela 6: Košarkarji po doseženih točkah na Evropskem prvenstvu v košarki 2017

Uvrstitev (doseženo mesto)	Košarkar	Skupno število doseženih točk	I _j /GD	
1.	 Aleksei Shved	219		
2.	 Goran Dragič	203		
3.	 Bogdan Bogdanovic	184		
4.	 Dennis Schroder	166		
5.	 Kristaps Porzingis	165		
6.	 Pau Gasol	139		
7.	 Bojan Bogdanović	135		
8.	 Luka Dončić	129		
9.	 Marco Belinelli	125		
10.	 Klemen Prepelič	124		

Vir: <http://www.fiba.basketball/eurobasket/2017/>**2 točki**

Na podlagi izračunanih podatkov dopolnite in podčrtajte spodaj navedene trditve.

Aleksei Shved je osvojil za _____ odstotka **več/manj** točk, Luka Dončić za _____ odstotka **več/manj** točk ter Klemen Prepelič za _____ odstotka **več/manj** točk kot Goran Dragič.

1 točka

- c) Naši trije najboljši košarkarji so nastopili na 9 tekmah. Izračunajte povprečno število doseženih točk našega posameznega košarkarja na tekmo. (*Rezultate zaokrožite na 2 decimalni mesti natančno.*)

Na podlagi izračunanih podatkov dopolnite in podčrtajte spodaj navedene trditve.

Goran Dragič je dosegel _____ točke, Luka Dončić _____ točke in Klemen Prepelič _____ točke na tekmo.

1 točka

- d) Za deseterico najboljših košarkarjev izračunajte povprečno število točk na košarkarja. (*Rezultate zaokrožite na 2 decimalni mesti natančno.*)

1 točka



4. NALOGA

V nekem podjetju 120 delavcev za tekočim trakom pakira izdelke. Direktor bi rad delo normiral, zato je pregledal rezultate frekvenčne porazdelitve uspešnosti glede storilnosti.

Tabela 6: Frekvenčna porazdelitev storilnosti za 120 delavcev podjetja PAKETI, d.o.o.

Št. pakiranih izdelkov delavca	Število delavcev f_j	Kumulativa absolutnih frekvenc F_j	f_j°
20-24		2	
25-29	10		
30-34		34	
35-39		76	
40-44	24		
45-49	11		
50-54		117	
55-59			
SKUPAJ			

Vir: Izmišljeni podatki

a) Dopolnite mu manjkajoče podatke v tabeli.

2 točki

b) Izračunajte relativne frekvence.

1 točka

c) Koliko delavcev je zapakiralo od 35 do 44 paketov.

1 točka

d) Koliko paketov je zapakiralo največ delavcev?

1 točka

e) Kolikšen odstotek delavcev je bil najbolj produktiven?

1 točka

f) Direktor je nagradil delavce, ki so zapakirali 45 paketov ali več. Kolikšen odstotek delavcev je dobil nagrado?

1 točka

Ime in priimek: _____

N1	N2	N3	N4

Razred: _____ Mentor: _____

Naloge rešuj samostojno. Uporaba zapiskov in literature ni dovoljena.

Dovoljena je uporaba žepnega računalja. Naloge so štiri, vsaka je vredna 20 točk.

Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Veliko uspeha!

1. V tabeli so prikazani podatki o zmogljivosti (številu ležišč) hotelov in podobnih nastanitvenih objektov, številu prihodov in številu prenočitev turistov v teh nastanitvah v Sloveniji v poletnih mesecih od leta 2014 dalje. Podatki so prikazani ločeno za domače in za tuje turiste.

Leto	Mesec	Zmogljivost (število ležišč)	Prihodi domačih turistov	Prihodi tujih turistov	Prenočitve domačih turistov	Prenočitve tujih turistov
2014	junij	41 972	50 100	174 605	160 080	421 356
	julij	42 505	50 452	195 422	201 121	526 983
	avgust	42 570	58 421	248 620	208 922	666 269
2015	junij	42 349	54 904	192 714	175 417	451 594
	julij	42 344	52 819	224 958	203 293	579 797
	avgust	42 128	64 570	270 139	222 458	703 078
2016	junij	43 456	54 494	201 514	169 017	475 644
	julij	43 623	57 068	258 361	211 323	649 044
	avgust	43 713	62 634	292 407	222 972	750 179
2017	junij	44 912	60 497	250 579	182 634	555 294
	julij		60 598	289 740	219 010	711 475
	avgust	45 217	63 564	317 238	227 772	807 688

Vir: Statistični urad Republike Slovenije (SURS)

- a) Kolikšno je bilo povprečno število prihodov domačih turistov na dan v treh poletnih mesecih leta 2016 skupaj? Rezultat zaokroži na celo število. [4 točke]

b) Ali so tuji turisti v obdobju 2015-2017 v povprečju v posamezni nastanitvi ostali dlje časa v mesecu juliju ali avgustu? [6 točk]

c) V mesecu juniju je v primerjavi z junijem v predhodnem letu število prihodov tako domačih kot tujih turistov običajno naraslo. Izjema je ena sama; katerega leta in pri številu katerih turistov se je zgodila? Koliko odstotkov znaša opisani padec? Rezultat v odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti. [5 točk]

d) V mesecu juliju 2017 je stopnja zasedenosti vseh ležišč v hotelih in podobnih nastanitvenih objektih znašala 66,51 %. Kolikšna je bila zmogljivost (število ležišč) hotelov in podobnih objektov v tem mesecu? [5 točk]

2. Podjetje razmišlja o nakupu robota, s katerim bi povečalo proizvodnjo in doseglo višjo prodajo. Robot stane 20 000 evrov, njegova življenjska doba je 10 let. Po nakupu robota bi se podjetju letni dobiček od prodaje povečal za 3000 evrov. Višji letni dobiček bi si podjetje obračunalo ob koncu vsakega leta, prvič leto po nakupu.

Robot potrebuje servis vsaki dve leti, prvič dve leti po nakupu. Vsak servis stane 1000 evrov. Ob koncu življenjske dobe bi podjetje robota brezplačno izročilo komunalnemu podjetju.

Podjetje odločitev o nakupu robota sprejme na osnovi neto sedanje vrednosti. Letna obrestna mera na trgu je 5,5%.

a) Ali se podjetju nakup robota splača?

[15 točk]

Nasvet: Neto sedanja vrednost nam pove, koliko so danes skupaj vredni vsi denarni tokovi, povezani z odločitvijo. Pri tem vrednosti donosov prištevamo, vrednosti investicij pa odštevamo.

- b) Ali se podjetju nakup robota splača, če proizvajalec ponudi 50 % popust na stroške servisa v prvih štirih letih? [5 točk]

3. V spodnji preglednici so dane trenutne efektivne obrestne mere za enoletno, dveletno in triletno obdobje. Čas t do dospelja merimo v letih.

t	1	2	3
$R(0, t)$	2,00 %	2,60 %	3,30 %

Na trgu obstajajo tri obveznice istega izdajatelja, vse imajo nominalno vrednost 100 EUR. Rezultate, ki so v evrih ali v odstotkih, zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Prva obveznica je brezkuponska in ima dospelje čez natanko tri leta. Določi njeno ceno v času 0. [6 točk]

b) Druga obveznica je kuponska, ima dospetje čez natanko tri leta in izplačuje naraščajoče letne kupone. Prvi kupon bo izplačan čez eno leto in znaša 2 EUR, vsak naslednji pa bo za 2 EUR višji od predhodnega. Določi njeno ceno v času 0. [7 točk]

c) Tretja obveznica je kuponska, ima dospetje čez natanko štiri leta in izplačuje padajoče letne kupone. Prvi kupon bo izplačan čez eno leto in znaša 7 EUR, vsak naslednji pa bo za 2 EUR nižji od predhodnega. Njena cena v času 0 je 102 EUR. Določi obrestno mero $R(0, 4)$. [7 točk]

4. Slovensko pekovsko podjetje na začetku vsakega polletja na madžarski blagovni borzi kupi pšenico, s katero pokrije svoje potrebe po moki v naslednjih šestih mesecih. V podjetju kupnino plačajo v madžarskih forintih (HUF), ki jih vselej kupijo tik pred plačilom. Ob koncu preteklega leta so zbrali naslednje podatke o opravljenih nakupih:

Mesec nakupa	Količina (v tonah)	Cena (HUF/tono)	Menjalni tečaj (HUF za 1 EUR)
januar	15 600	44 620,20	309,45
julij	13 800	51 125,30	315,40

- a) Koliko evrov so namenili za nakup pšenice ob posameznem nakupu? [4 točke]

- b) V podjetju so ocenili, da se njihova poraba pšenice povečuje s 5 % letno stopnjo rasti. Zato bodo v novem letu na začetku vsakega polletja kupili 5 % več pšenice kot na začetku enakega polletja preteklega leta. Koliko pšenice bodo kupili ob posameznem nakupu? [2 točki]

- c) V začetku januarja novega leta tona pšenice stane 47 985,60 HUF, menjalni tečaj pa znaša 308,60 HUF za 1 EUR. Znani sta še netvegani polletni efektivni obrestni meri pri zveznem obrestovanju $R_{EUR} = 0,25\%$ in $R_{HUF} = 1,15\%$. V podjetju želijo zmanjšati negotovost, ki jo v njihovo poslovanje prinaša cena pšenice. Zato na borzi sklenejo blagovni terminski posel za nakup pšenice čez pol leta. Kolikšna je izročitvena cena (v forintih) tone pšenice v poslu, če pšenico obravnavamo kot blago, ki ne prinaša stroškov ali donosov, ter posel ne omogoča arbitraže? Rezultat zaokroži na dve decimalni mesti. [4 točke]

d) Negotovost v poslovanje podjetja prinaša tudi menjalni tečaj med evrom in forintom. Zato na borzi sklenejo še valutni terminski posel za nakup forintov čez pol leta. Kolikšen je sklenjeni terminski menjalni tečaj, če posel na trg ne prinaša arbitraže? [6 točk]

e) Z upoštevanjem terminskih poslov iz točk c) in d) ter količin iz točke b) določi, koliko evrov bodo namenili za nakup pšenice ob posameznem nakupu v novem letu? [4 točke]

Stran s formulami

Terminski posli

- na delnico, ki ne izplačuje dividend

$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- na delnico, ki izplačuje dividende

$$F_t = (S_t - I(t, T))(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}$$

- valutni terminski posel

$$F_t = S_t \frac{(1 + R_d)^{T-t}}{(1 + R_f)^{T-t}}, \quad K = F_0$$

$$V_t = N(S_t(1 + R_f)^{-(T-t)} - K(1 + R_d)^{-(T-t)})$$

- dogovor o terminski obrestni meri

$$R(t, S, T) = \frac{1}{T - S} \left(\frac{1 + R(0, T) \cdot (T - t)}{1 + R(0, S) \cdot (S - t)} - 1 \right), \quad K = R(0, S, T)$$

$$V_t = \frac{N \cdot (R(t, S, T) - K) \cdot (T - S)}{1 + R(t, T) \cdot (T - t)}$$

Opcije

- izplačilo ob zapadlosti

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\}$$

$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}$$

- premija v času t , če delnica ne izplačuje dividend

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica ne izplačuje dividend

$$p_t + S_t = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- premija v času t , če delnica izplačuje dividende

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)} - I(t, T), 0\} \leq c_t \leq S_t - I(t, T)$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t + I(t, T), 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica izplačuje dividende

$$p_t + S_t - I(t, T) = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- evropske in ameriške opcije

$$c_t^E \leq c_t^A, \quad p_t^E \leq p_t^A$$



--

Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE IN FINANČNE MATEMATIKE
TER STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2017/18

1. skupina: Poslovna matematika – REŠITVE

Petek, 9. marec 2018

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

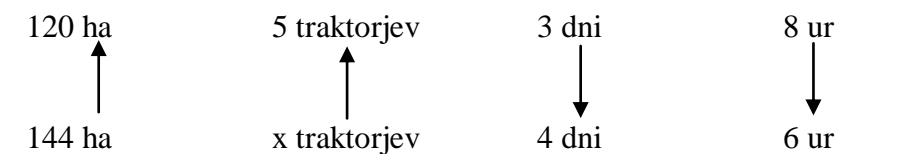
Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga

Na kmetijskem posestvu 5 traktorjev preorje 120 ha v 3 dneh, če orjejo 8 ur na dan.

- a) Koliko traktorjev potrebujejo, da preorjejo za petino večjo površino v 4 dneh, če orjejo po 2 uri manj na dan?

3 točke

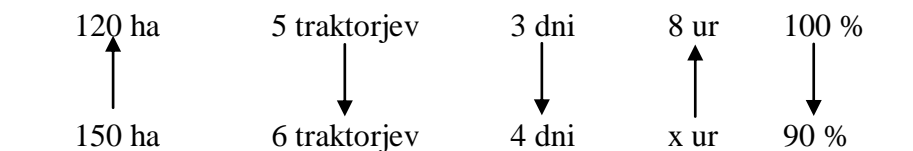


$$x = \frac{5 \times 144 \times 3 \times 8}{120 \times 4 \times 6} = \underline{\underline{6 \text{ traktorjev}}}$$

- 1 točka – zapis podatkov (sklepna shema, sorazmerje)
 1 točka – določitev vrste sorazmerij
 1 točka – zapis ulomka in izračun neznanke

- b) Za koliko ur naj spremenijo delavnik, da bi 6 traktorjev s povprečno 10 % manjšo zmogljivostjo preoralo za četrtno večjo površino v 4 dneh?

4 točke



$$x = \frac{8 \times 150 \times 5 \times 3 \times 100}{120 \times 6 \times 4 \times 90} = \underline{\underline{6,94 \text{ ure}}}$$

Izračun: $8 - 6,94 = \underline{\underline{1,06 \text{ ure}}}$

Odgovor: Delovnik morajo skrajšati za **1,06 ure**.

- 1 točka – zapis podatkov (sklepna shema, sorazmerje)
 1 točka – določitev vrste sorazmerij
 1 točka – zapis ulomka in izračun neznanke
 1 točka – izračun ur ali odgovor

2. naloga

V podjetju Marplus d. o. o. so imeli 772.000 EUR prihodkov in 540.000 EUR odhodkov. Po plačilu 19-% davka na dobiček so 85.000 EUR reinvestirali, ostanek pa razdelili takole:

- 70 % trem lastnikom, in sicer premo sorazmerno z lastniškimi deleži, ki so znašali 15.000 EUR, 23.200 EUR in 8.250 EUR,
- ostanek pa 250 zaposlenim v podjetju kot nagrado za poslovno uspešnost.

Koliko denarja so pri delitvi dobička dobili lastniki podjetja, če so morali plačati še 25-% davek od kapitalskega dobička?

Za zaposlenega izračunajte tudi znesek nagrade za poslovno uspešnost.

Izračun dobička: $772.000,00 - 540.000,00 = \underline{\underline{232.000,00 \text{ EUR}}}$
Ostanek po plačilu davka od dobička: $232.000 - (232.000 * 0,19) = \underline{\underline{187.920,00 \text{ EUR}}}$ **1 T**

Reinvesticija: 85.000,00 EUR
Ostanek: $187.920,00 - 85.000,00 = \underline{\underline{102.920,00 \text{ EUR}}}$ **1 T**

Lastniki: $0,7 * 102.920,00 = \underline{\underline{72.044,00 \text{ EUR}}}$ **1 T**
 $15.000 x + 23.200 x + 8.250 x = 72.044,00$
 $x = \underline{\underline{1,551001076}}$

A = $15.000 x = \underline{\underline{23.265,02 \text{ EUR}}}$; po plačilu davka: $23.265,02 * 0,75 = \underline{\underline{17.448,76 \text{ EUR}}}$ **1 T**
B = $23.200 x = \underline{\underline{35.983,22 \text{ EUR}}}$; po plačilu davka: $35.983,22 * 0,75 = \underline{\underline{26.987,42 \text{ EUR}}}$ **1 T**
C = $8.250 x = \underline{\underline{12.795,76 \text{ EUR}}}$; po plačilu davka: $12.795,76 * 0,75 = \underline{\underline{9.596,82 \text{ EUR}}}$ **1 T**

Nagrada za poslovno uspešnost: $102.920,00 - 72.044,00 = \underline{\underline{30.876,00 \text{ EUR}}}$

Znesek nagrade za zaposlenega = $\frac{30.876,00}{250} = \underline{\underline{123,50 \text{ EUR}}}$ **1 T**

3. naloga

Leta 2015 sta gospodarski družbi A in B izdelali enako število izdelkov, in sicer vsaka 120.000 kosov. Potem je gospodarska družba A vsako leto povečala število kosov za 10 %, B pa vsako leto za 12.000 izdelkov.

- a) Koliko izdelkov bodo ob takšnem naraščanju proizvodnje izdelali v družbah A in B leta 2019?

2 točki

Število let = 2015 → 16, 17, 18, 19 za štiri leta

Izračun q za A = $120.000,00 * 1,10 * 1,10 * 1,10 * 1,10 = \underline{175.692 \text{ kosov}}$

Izračun q za družbo B = $120.000,00 + (12.000 * 4) = \underline{168.000 \text{ kosov}}$

1 točka izračun količine izdelkov za družbo A

1 točka izračun količine izdelkov za družbo B

- b) Za koliko kosov in odstotkov je bila proizvodnja leta 2018 v družbi A večja od proizvodnje v družbi B?

3 točke

Izračun proizvodnje v A $(_{2018}) = 120.000 * 1,10^3 = \underline{159.720 \text{ kosov}}$

Izračun proizvodnje v B $(_{2018}) = 120.000 + (12000*3) = \underline{156.000 \text{ kosov}}$

Za 3.720 kosov => $159.720 - 156.000$ je proizvodnja v A > od proizvodnje v B

ali za $\frac{3720 * 100}{156000} = \underline{2,38 \%}$.

1 točka – izračun q v kosih v A $_{2018}$

1 točka – izračun q v kosih v B $_{2018}$

1 točka – izračun deleža in odstotkov

- c) Koliko izdelkov bosta izdelali družbi A in B od vključno leta 2015 do vključno leta 2019?

2 točki

Izračun Σq v A $(_{2015 \text{ do } 2019}) = 120.000 + 132.000 + 144.200 + 159.720 + 175.692 = \underline{732.612 \text{ kosov}}$

Izračun Σq v B $(_{2015 \text{ do } 2019}) = 120.000 + 132.000 + 144.000 + 156.000 + 168.000 = \underline{720.000 \text{ kosov}}$

1 točka – izračun Σq izdelkov v družbi A za obdobje 5 let

1 točka – izračun Σq izdelkov v družbi B za obdobje 5 let

4. naloga

Janez in Meta sta se odločila za nakup gorskega kolesa, moškega in ženskega.

- a) Pri nakupu moškega gorskega kolesa sta se dogovorila, da bosta 30 % njegove vrednosti plačala takoj, ostanek, ki bo obrestovan po 4,5 %-letni obrestni meri, pa v 3 mesecih. Kolikšno je bilo dokončno poplačilo gorskega kolesa, če je bila njegova osnovna cena 1.457,25 EUR?

4 točke

Takojšnje plačilo: 30 % od 1.457,25 EUR = 437,18 EUR

Ostanek dolga = 1.457,25 – 437,18 = **1.020,07 EUR**

$G = 1.020,07 \text{ EUR}$

$p = 4,5 \%$

$m = 3 \text{ meseci}$

$G^+ = x \text{ EUR}$

$$o = \frac{G \times p \times m}{1200} = \frac{1.020,07 \times 3 \times 4,5}{1200} = \mathbf{11,48 \text{ EUR}}$$

$$G^+ = G + o = 1.020,07 + 11,48 = \mathbf{1.031,55 \text{ EUR}}$$

1 točka – izračun 30 % plačila

1 točka – izračun ostanka dolga

1 točka – zapis obrazca, nastavitvev ter izračun obresti

1 točka – izračun G^+

- b) Pri nakupu ženskega gorskega kolesa sta se v trgovini dogovorila, da ga bosta plačala v dveh obrokih, in sicer prvega takoj – v višini 50 % od celotne cene ženskega gorskega kolesa, drugi obrok pa bosta poravnala čez 6 mesecev v znesku 452,55 EUR. Kolikšna je bila cena Metinega kolesa v trgovini, če so v drugem obroku vračunane tudi obresti po 7,2-% letni stopnji za čas odloga drugega obroka?

3 točke

$G^+ = 452,55 \text{ EUR}$

$p = 7,2 \%$

$m = 6 \text{ mesecev}$

$G = x \text{ EUR}$

$$G^+ = G + \frac{G \times p \times m}{1200}$$

$$G = \frac{G^+}{1 + \left(\frac{p \times m}{1200}\right)} = \frac{452,55}{1 + \left(\frac{7,2 \times 6}{1200}\right)} = \mathbf{436,82 \text{ EUR}}$$

Odg.: Metino kolo v trgovini stane **873,64 EUR**.

1 točka – zapis obrazca in vstavitev podatkov

1 točka – izračun G iz G^+

1 točka – izračun cene Metinega kolesa



--

Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE MATEMATIKE IN STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2017/18

2. skupina: Statistika – REŠITVE

Petek, 9. marec 2018

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!



1. NALOGA

Neka srednja ekonomska šola je v letih 2015/16 in 2016/17 osvojila naziv Raziskovalna šola. Za osvojitve tega naslova so bili pomembni tudi dosežki dijakov na različnih tekmovanjih. V šolskem letu 2015/16 sta bila na šoli 302 dijaka. V tem šolskem letu so osvojili skupaj 63 bronastih, 15 srebrnih in 13 zlatih priznanj. V šolskem letu 2016/17 je šolo obiskovalo 246 dijakov. V tem šolskem letu so v primerjavi s prejšnjim osvojili za 4,8 % več bronastih, enako število srebrnih in za 30,8 % več zlatih priznanj.

- a) Podatke o doseženih priznanjih v šolskem letu 2015/16 zapišite v tabelo spodaj in izračunajte doseženo število priznanj v šolskem letu 2016/17. (Podatke o številu priznanj zaokrožite na celo število.)

Tabela 1: **Dijaki po osvojenih priznanjih na srednji ekonomski šoli v šolskih letih 2015/16 in 2016/17**

Vrsta priznanja	Šolsko leto	
	2015/16	2016/17
Bronasta priznanja	63	66
Srebrna priznanja	15	15
Zlata priznanja	13	17
Skupaj	91	98

2 točki

2 točki – pravilno izračunano število priznanj za obe leti
 1 točka – 1 napaka pri izračunanem številu priznanj
 0 točk – več napak pri izračunanem številu priznanj

- b) Izračunajte strukturo dijakov po vrsti priznanja in jo izrazite v odstotkih.

Tabela 2: **Struktura dijakov po osvojenih priznanjih na srednji ekonomski šoli v šolskih letih 2015/16 in 2016/17**

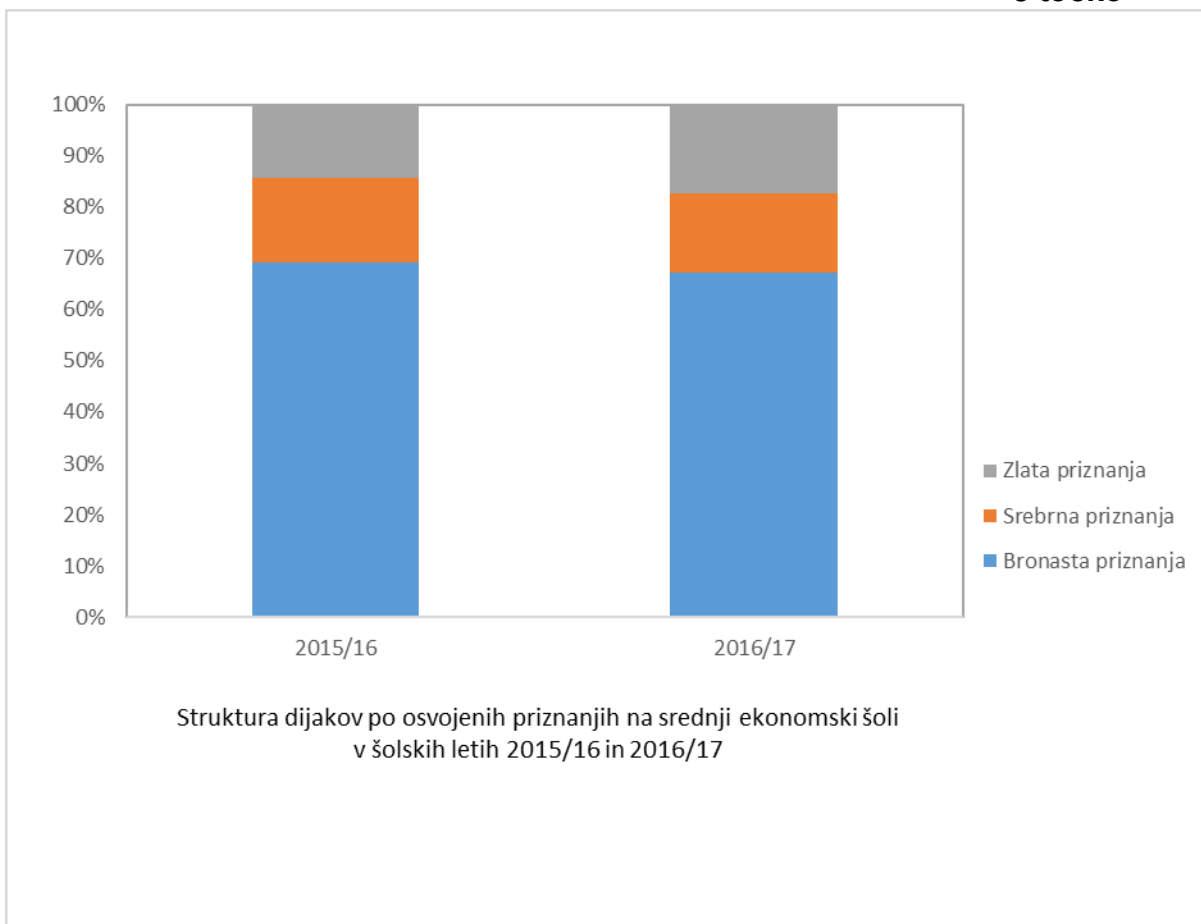
2 točki

Vrsta priznanja	Šolsko leto	
	2015/16	2016/17
Bronasta priznanja	69,23	67,35
Srebrna priznanja	16,48	15,30
Zlata priznanja	14,29	17,35
Skupaj	100,0	100,0

2 točki – vsi pravilno izračunani strukturni odstotki
 1 točka – 1 napaka pri izračunanih strukturnih odstotkih
 0 točk – več napak pri izračunanih strukturnih odstotkih

- c) Strukturo dijakov po vrsti priznanj grafično prikažite s strukturnima stolpcema za obe šolski leti.

3 točke



3 točke za pravilno narisano grafikon z naslovi osi in naslovom grafikona

Odbijemo točke v naslednjih primerih:

- 1 točka, če manjka naslov grafikona ali legenda ali navedba vira
- 1 točka, če manjka več stvari hkrati



2. NALOGA

Na SURS-u so zbrali podatke o ležiščih in prenočitvah turistov po vrstah občin in nastanitvenih objektov v mesecu avgust 2012.

Tabela 3: Ležišča po vrstah občin in nastanitvenih objektov v mesecu avgustu 2012

Vrste nastanitvenih objektov	Zdraviliške občine	Gorske občine	Obmorske občine	Ljubljana	Mestne občine	Druge občine
Hoteli in podobni nastanitveni objekti	11.418	10.811	9.432	5.110	5.183	5.010
Kampi	4.197	8.307	5.147	600	410	2.502
Ostali nastanitveni objekti	5.060	15.390	9.052	2.585	2.253	5.964

Vir: SURS, 2017

Tabela 4: Prenočitve turistov po vrstah občin in nastanitvenih objektov v mesecu avgustu 2012

Vrste nastanitvenih objektov	Zdraviliške občine	Gorske občine	Obmorske občine	Ljubljana	Mestne občine	Druge občine
Hoteli in podobni nastanitveni objekti	238166	173212	239573	83309	63554	42495
Kampi	108475	186486	77200	12767	3484	26690
Ostali nastanitveni objekti	75996	129557	101685	30443	9242	29619

Vir: SURS, 2017

a) Kolikšno je bilo povprečno število prenočitev na ležišče v zdraviliških krajih?

3 točke

$$K = \frac{140879}{6891,7} = 20,44 \text{ prenočitev na ležišče}$$

$$\bar{y} = \frac{(238166 + 108475 + 75996)}{3} = 140\,879$$

$$\bar{x} = \frac{(11418 + 4197 + 5060)}{3} = 6891,67$$

1 točka –pravilno izračunan \bar{y}

1 točka – pravilno izračunan \bar{x}

1 točka – pravilno izračunan K

b) Kolikšna je bila povprečna zmogljivost ležišč na 100 prenočitev v kampih?

3 točke

$$K = \frac{3526,7}{69183,7} \times 100 = 5,1 \text{ ležišča na 100 prenočitev}$$

$$\bar{y} = \frac{(4197 + 8307 + 5147 + 600 + 410 + 2502)}{6} = 3526,17$$

$$\bar{x} = \frac{(108475 + 186486 + 77200 + 12767 + 3484 + 26690)}{6} = 69183,67$$

1 točka –pravilno izračunan \bar{y}

1 točka – pravilno izračunan \bar{x}

1 točka – pravilno izračunan K

c) Za koliko odstotkov je bilo večje število prenočitev v hotelih v obmorskih občinah v primerjavi z gorskimi občinami?

1 točka

$$I_{OBM/GOR} = \frac{239573}{173212} \times 100 = 138,31$$

$$D_{OBM/GOR} \% = 138,3 - 100 = 38,31 \%$$

Število prenočitev v hotelih v obmorskih občinah je bilo za 38,31 % večje v primerjavi z gorskimi občinami.

1 točka –pravilno izračunan odstotek



3. NALOGA

Košarka je z zmago naših košarkarjev na Evropskem prvenstvu v košarki postala eden izmed pomembnih slovenskih športov. Med najboljšimi slovenskimi košarkarji na Evropskem prvenstvu 2017 sta bila Goran Dragič in Luka Dončić.

Slovenija je v predtekmovanju tekmovala v skupini A skupaj s Finsko, Francijo, Grčijo, Poljsko in Islandijo. V tabeli so prikazani doseženi rezultati posameznih ekip v predtekmovanju.

Tabela 5: Doseženi rezultati košarkarskih ekip skupine A v predtekmovanju na Evropskem prvenstvu v košarki 2017

Uvrstitev (doseženo mesto)	Košarkarska ekipa	Število točk	Število doseženih košev	Število prejetih košev	Razlika košev
1.	 Slovenija	10	446	384	62
2.	 Finska	9	426	408	18
3.	 Francija	8	450	422	28
4.	 Grčija	7	421	400	21
5.	 Poljska	6	411	414	-3
6.	 Islandija	5	355	481	-126

Vir: https://sl.wikipedia.org/w/iki/Evropsko_prvenstvo_v_ko%C5%A1ariki_2017

- a) Izračunajte razliko v doseženih in prejetih koših. Ugotovite, katera košarkarska ekipa je imela največjo pozitivno in katera največjo negativno razliko med doseženimi in prejetimi koši. (Rezultate vpišite v prvi prazni stolpec v tabeli.)

1 točka

1 točka – vse pravilno izračunane razlike v koših (ne glede na zapis predznaka pri razliki košev)

Največjo pozitivno razliko med doseženimi in prejetimi koši je dosegla ekipa **Slovenije**, razlika je znašala **62** košev. Največjo negativno razliko med doseženimi in prejetimi koši je dosegla ekipa **Islandije**, razlika je znašala **126** košev.

1 točka

1 točka – vsi pravilno dopolnjeni podatki

- b) S pomočjo ustreznih indeksov izračunajte, za koliko odstotkov več oz. manj točk so osvojili ostali košarkarji v primerjavi z Goranom Dragičem. (Rezultate zaokrožite na 2 decimalni mesti natančno in jih vpišite v prazni stolpec v tabeli.)

Tabela 6: Košarkarji po doseženih točkah na Evropskem prvenstvu v košarki 2017

Uvrstitev (doseženo mesto)	Košarkar	Skupno število doseženih točk	I _j /GD	D _j %
1.	 Aleksei Shved	219	107,88	7,88
2.	 Goran Dragič	203	100,00	-
3.	 Bogdan Bogdanovic	184	90,64	-9,36
4.	 Dennis Schroder	166	81,77	-18,23
5.	 Kristaps Porzingis	165	81,28	-18,72
6.	 Pau Gasol	139	68,47	-31,53
7.	 Bojan Bogdanović	135	66,50	-33,50
8.	 Luka Dončić	129	63,55	-36,45
9.	 Marco Belinelli	125	61,58	-38,42
10.	 Klemen Prepelič	124	61,08	-38,92

Vir: <http://www.fiba.basketball/eurobasket/2017/>**2 točki**

2 točki – vsi pravilno izračunani indeksi
 1 točka – 1 napaka pri izračunanih indeksih

Na podlagi izračunanih podatkov dopolnite in podčrtajte spodaj navedene trditve.

Aleksei Shved je osvojil za **7,88** odstotka **več/manj** točk, Luka Dončić za **36,45** odstotka **več/manj** točk, Klemen Prepelič pa za **38,92** odstotka **več/manj** točk kot Goran Dragič.

1 točka

1 točka – vsi pravilno dopolnjeni podatki

- c) Naši trije najboljši košarkarji so nastopili na 9 tekmah. Izračunajte povprečno število doseženih točk našega posameznega košarkarja na tekmo. (*Rezultate zaokrožite na 2 decimalni mesti natančno.*)

Na podlagi izračunanih podatkov dopolnite in podčrtajte spodaj navedene trditve.

Goran Dragič je dosegel **22,56** točke, Luka Dončić **14,33** točke in Klemen Prepelič **13,78** točke na tekmo.

1 točka

1 točka – vsi pravilno dopolnjeni podatki

- d) Za deseterico najboljših košarkarjev izračunajte povprečno število točk na košarkarja. (*Rezultate zaokrožite na 2 decimalni mesti natančno.*)

1 točka

Povprečno št. točk na košar.

$$= \frac{219 + 203 + 184 + 166 + 165 + 139 + 135 + 129 + 125 + 124}{10}$$

= 158,9 točke na košarkarja

1 točka – pravilno izračunano povprečje točk na košarkarja



4. NALOGA

V nekem podjetju 120 delavcev za tekočim trakom pakira izdelke. Direktor bi rad delo normiral, zato je pregledal rezultate frekvenčne porazdelitve uspešnosti glede storilnosti.

Tabela 6: **Frekvenčna porazdelitev storilnosti za 120 delavcev podjetja PAKETI, d.o.o.**

St. pakiranih izdelkov delavca	Število delavcev f_j	Kumulativa absolutnih frekvenc F_j	f_j°
20-24	2	2	0,017
25-29	10	12	0,083
30-34	22	34	0,183
35-39	42	76	0,350
40-44	24	100	0,200
45-49	11	111	0,092
50-54	6	117	0,050
55-59	3	120	0,025
SKUPAJ	120		

Vir: izmišljeni podatki

a) Dopolnite mu manjkajoče podatke v tabeli.

2 točki

2 točki – vsi pravilno dopolnjeni podatki v tabeli
1 točka – 1 napaka

b) Izračunajte relativne frekvence.

1 točka

1 točka – vse pravilno izračunane relativne frekvence

c) Koliko delavcev je zapakiralo od 35 do 44 paketov.

1 točka

66 delavcev

1 točka –pravičen odgovor

d) Koliko paketov je zapakiralo največ delavcev?

1 točka

Od 35 do 39 paketov

1 točka –pravičen odgovor

e) Kolikšen odstotek delavcev je bil najbolj produktiven?

1 točka

$3/20 \cdot 100 = 2,5 \%$ delavcev

1 točka – pravilno izračunan odstotek delavcev

- f) Direktor je nagradil delavce, ki so zapakirali 45 paketov ali več. Kolikšen odstotek delavcev je dobil nagrado?

1 točka

$$20/120*100 = 16,67 \% \text{ delavcev}$$

1 točka – pravilno izračunan odstotek delavcev

Rešitve in točkovnik

Točke z zvezdico so postopkovne točke in jih tekmovalec dobi tudi ob prenosu napake. Točke brez zvezdice tekmovalec dobi le ob popolnem ujemanju rezultatov z objavljenimi rešitvami.

1. V tabeli so prikazani podatki o zmogljivosti (število ležišč) hotelov in podobnih nastanitvenih objektov, številu prihodov in številu prenočitev turistov v teh nastanitvah v Sloveniji v poletnih mesecih od leta 2014 dalje. Podatki so prikazani ločeno za domače in za tuje turiste.

Leto	Mesec	Zmogljivost (število ležišč)	Prihodi domačih turistov	Prihodi tujih turistov	Prenočitve domačih turistov	Prenočitve tujih turistov
2014	junij	41 972	50 100	174 605	160 080	421 356
	julij	42 505	50 452	195 422	201 121	526 983
	avgust	42 570	58 421	248 620	208 922	666 269
2015	junij	42 349	54 904	192 714	175 417	451 594
	julij	42 344	52 819	224 958	203 293	579 797
	avgust	42 128	64 570	270 139	222 458	703 078
2016	junij	43 456	54 494	201 514	169 017	475 644
	julij	43 623	57 068	258 361	211 323	649 044
	avgust	43 713	62 634	292 407	222 972	750 179
2017	junij	44 912	60 497	250 579	182 634	555 294
	julij	45 130	60 598	289 740	219 010	711 475
	avgust	45 217	63 564	317 238	227 772	807 688

Vir: Statistični urad Republike Slovenije (SURS)

- a) Kolikšno je bilo povprečno število prihodov domačih turistov na dan v treh poletnih mesecih leta 2016 skupaj? Rezultat zaokroži na celo število. [4 točke]

Rešitev

Seštejemo prihode domačih turistov in upoštevamo, da ima junij 30 dni, julij in avgust pa po 31 dni. Tako dobimo

$$\frac{54\,494 + 57\,068 + 62\,634}{30 + 31 + 31} = 1893,43.$$

V povprečju je bilo zabeleženih 1893 prihodov domačih turistov na dan.

Točkovanje

Upoštevanje, da ima junij 30 dni, julij in avgust pa po 31 dni, 1 točka.

Formula za izračun povprečja 1* točka.

Pravilno izračunano in zaokroženo povprečje 2 točki.

Postopkovno točko damo v primeru, ko tekmovalec uporabi napačne podatke iz tabele. Če tekmovalec izračuna povprečje za vsak mesec posebej in nato izračuna povprečje povprečij, damo skupaj največ 2 točki.

- b) Ali so tuji turisti v obdobju 2015-2017 v povprečju v posamezni nastanitvi ostali dlje časa v mesecu juliju ali avgustu? [6 točk]

Rešitev

Koliko časa so turisti v povprečju ostali v posamezni nastanitvi izračunamo kot razmerje med številom prenočitev in številom prihodov.

Za mesec julij v obdobju 2015-2017 je to

$$\frac{579\,797 + 649\,044 + 711\,475}{224\,958 + 258\,361 + 289\,740} = \frac{1\,940\,316}{773\,059} = 2,51 \text{ dneva,}$$

za avgust v istem obdobju pa

$$\frac{703\,078 + 750\,179 + 807\,688}{270\,139 + 292\,407 + 317\,238} = \frac{2\,260\,945}{879\,784} = 2,57 \text{ dneva.}$$

V povprečju so dlje v posamezni nastanitvi ostali v mesecu avgustu.

Točkovanje

Upoštevanje razmerja med številom prenočitev in številom prihodov 1* točka.

Izračun za julij 2 točki (zaokroževanje ni pomembno, če tekmovalec pravilno nastavi razmerje, vendar izračuna napačen rezultat, dobi 1 točko).

Izračun za avgust 2 točki (zaokroževanje ni pomembno, če tekmovalec pravilno nastavi razmerje, vendar izračuna napačen rezultat, dobi 1 točko).

Odgovor 1 točka.

Če tekmovalec izračuna povprečje za vsako leto posebej in nato izračuna povprečje povprečij, damo skupaj največ 3 točke.

- c) V mesecu juniju je v primerjavi z junijem v predhodnem letu število prihodov tako domačih kot tujih turistov običajno naraslo. Izjema je ena sama; katerega leta in pri številu katerih turistov se je zgodila? Koliko odstotkov znaša opisani padec? Rezultat v odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti. [5 točk]

Rešitev

Edini padec se je zgodil leta 2016 pri številu prihodov domačih turistov.

Število prihodov domačih turistov je padlo iz 54 904 v juniju 2015 na 54 494 v juniju 2016.

Sprememba v odstotkih znaša

$$\frac{54\,494 - 54\,904}{54\,904} = \frac{-410}{54\,904} = -0,0075 = -0,75\%.$$

Število prihodov domačih turistov je padlo za 0,75 %.

Točkovanje

Ugotovitev, da se je padec zgodil leta 2016, 1 točka.

Ugotovitev, da se je padec zgodil pri številu prihodov domačih turistov, 1 točka.

Izraz za absolutno spremembo 1 točka.

Izraz za relativno spremembo 1* točka.

Odgovor, da padec znaša 0,75 %, 1 točka.

Če tekmovalec navede, da je število padlo za -0,75 %, točke za odgovor ne damo.

- d) V mesecu juliju 2017 je stopnja zasedenosti vseh ležišč v hotelih in podobnih nastanitvenih objektih znašala 66,51 %. Kolikšna je bila zmogljivost (število ležišč) hotelov in podobnih objektov v tem mesecu? [5 točk]

Rešitev

Stopnjo zasedenosti v posameznem mesecu dobimo tako, da število opravljenih prenočitev delimo s produktom števila ležišč in števila dni v mesecu.

$$\text{stopnja zasedenosti} = \frac{\text{število nočitev}}{\text{število ležišč} \cdot \text{število dni}}$$

Ker nočitve enakovredno ustvarjajo domači in tuji turisti, njihovi števili seštejemo

$$219\,010 + 711\,475 = 930\,485.$$

Upoštevamo še, da ima julij 31 dni. Število ležišč x dobimo iz enačbe

$$0,6651 = \frac{930\,485}{x \cdot 31}.$$

Število ležišč je

$$x = \frac{930\,485}{0,6651 \cdot 31} = 45\,129,52.$$

V juliju 2017 je bilo na voljo 45 130 ležišč.

Točkovanje

Formula za izračun stopnje zasedenosti 2 točki.*

Nastavek za vsoto števil nočitev domačih in tujih turistov 1 točka.

Izračun števila ležišč 2 točki.

Če tekmovalec rezultata ne zaokroži na celo število, odbijemo 1 točko.

2. Podjetje razmišlja o nakupu robota, s katerim bi povečalo proizvodnjo in doseglo višjo prodajo. Robot stane 20 000 evrov, njegova življenjska doba je 10 let. Po nakupu robota bi se podjetju letni dobiček od prodaje povečal za 3000 evrov. Višji letni dobiček bi si podjetje obračunalo ob koncu vsakega leta, prvič leto po nakupu.

Robot potrebuje servis vsaki dve leti, prvič dve leti po nakupu. Vsak servis stane 1000 evrov. Ob koncu življenjske dobe bi podjetje robota brezplačno izročilo komunalnemu podjetju.

Podjetje odločitev o nakupu robota sprejme na osnovi neto sedanje vrednosti. Letna obrestna mera na trgu je 5,5%.

- a) Ali se podjetju nakup robota splača? [15 točk]

Nasvet: Neto sedanja vrednost nam pove, koliko so danes skupaj vredni vsi denarni tokovi, povezani z odločitvijo. Pri tem vrednosti donosov prištevamo, vrednosti investicij pa odštevamo.

Rešitev

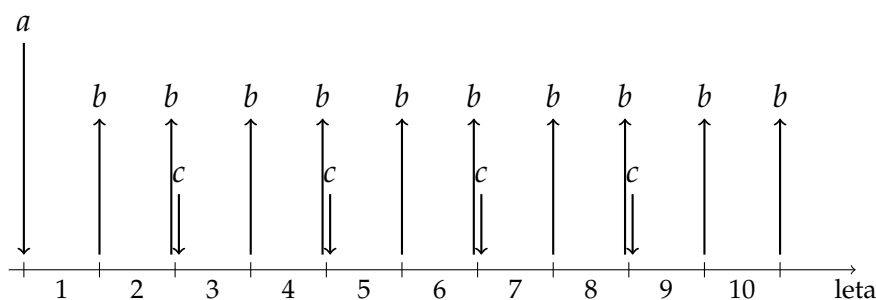
Opišemo denarne tokove, ki so posledica nakupa robota.

Danes plačamo ceno robota $a = 20\,000$ EUR.

Deset let ob koncu vsakega leta prejmemo (povečan) dobiček od prodaje $b = 3000$ EUR.

Ob koncu drugega, četrtega, šestega in osmega leta plačamo servis robota $c = 1000$ EUR. (Servis pred izročitvijo robota komunalnemu podjetju ni potreben.)

Denarne tokove prikazuje spodnja shema.



Letni obrestni faktor je $r = 1,055$.

Ker nas zanima neto sedanja vrednost, redukcijski termin postavimo na sedanji trenutek.

$$\begin{aligned}
 NSV &= \frac{b}{r} + \frac{b}{r^2} + \dots + \frac{b}{r^9} + \frac{b}{r^{10}} - a - \frac{c}{r^2} - \frac{c}{r^4} - \frac{c}{r^6} - \frac{c}{r^8} \\
 NSV &= \frac{b}{r^{10}}(r^9 + r^8 + \dots + r + 1) - a - \frac{c}{r^8}(r^6 + r^4 + r^2 + 1) \\
 NSV &= \frac{b}{r^{10}} \cdot \frac{r^{10} - 1}{r - 1} - a - \frac{c}{r^8} \cdot \frac{r^8 - 1}{r^2 - 1} \\
 NSV &= \frac{3000}{1,055^{10}} \cdot \frac{1,055^{10} - 1}{1,055 - 1} - 20\,000 - \frac{1000}{1,055^8} \cdot \frac{1,055^8 - 1}{1,055^2 - 1} \\
 NSV &= -469,64 \text{ EUR}
 \end{aligned}$$

Ker je neto sedanja vrednost negativna, se podjetju ne splača kupiti robota.

Točkovanje

Shema denarnih tokov oziroma razumevanje naloge: kupnina 1 točka, donosi 2 točki, servisni stroški 2 točki.

Letni obrestni faktor 1 točka.

Izraz za neto sedanjo vrednost 2+1* točka.

Vsota geometrijske vrste 2*+2* točki (za vsoto vsake od obeh vrst po 2* točki).

Izračun NSV 1 točka (zaokroževanje ni pomembno).

Odgovor 1* točka.

Če tekmovalec upošteva servis robota tudi po 10 letih, damo skupaj največ 10 točk.

Če tekmovalec denarne tokove vrednoti v nekem drugem trenutku in ne sedaj, damo skupaj največ 12 točk.

- b) Ali se podjetju nakup robota splača, če proizvajalec ponudi 50 % popust na stroške servisa v prvih štirih letih? [5 točk]

Rešitev

Zaradi popusta se zmanjšajo stroški prvih dveh servisov.

Neto sedanja vrednost se poveča na

$$\begin{aligned}NSV_1 &= NSV + \frac{\frac{1}{2}c}{r^2} + \frac{\frac{1}{2}c}{r^4} \\NSV_1 &= -469,64 + \frac{500}{1,055^2} + \frac{500}{1,055^4} \\NSV_1 &= 383,20 \text{ EUR}\end{aligned}$$

Nova neto sedanja vrednost je pozitivna. Zaradi popusta se nakup robota splača.

Točkovanje

Razumevanje novih denarnih tokov 1* točka.

Izraz za novo neto sedanjo vrednost 1+1* točka.

Izračun nove NSV 1 točka.

Odgovor 1* točka.

Če tekmovalec denarne tokove vrednoti v nekem drugem trenutku in ne sedaj, damo skupaj največ 4 točke.

3. V spodnji preglednici so dane trenutne efektivne obrestne mere za enoletno, dveletno in triletno obdobje. Čas t do dospelja merimo v letih.

t	1	2	3
$R(0, t)$	2,00 %	2,60 %	3,30 %

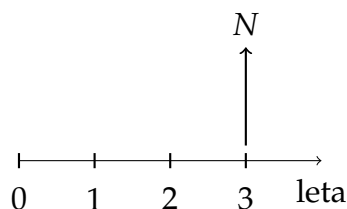
Na trgu obstajajo tri obveznice istega izdajatelja, vse imajo nominalno vrednost 100 EUR. Rezultate, ki so v evrih ali v odstotkih, zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Prva obveznica je brezakuponska in ima dospelje čez natanko tri leta. Določi njeno ceno v času 0. [6 točk]

Rešitev

Ceno obveznice dobimo z diskontiranjem prihodnjih denarnih tokov.

Brezakuponska obveznica izplača nominalno vrednost $N = 100$ EUR čez tri leta.



$$P_1 = N \cdot D(0, 3) = \frac{N}{(1 + R(0, 3))^3} = \frac{100}{(1 + 0,033)^3} = 90,72 \text{ EUR}$$

Točkovanje

Shema denarnih tokov in njihove vrednosti (oz. razumevanje obveznice) 2 točki.

Pravilno računanje diskontnega faktorja $1+1^*$ točka.

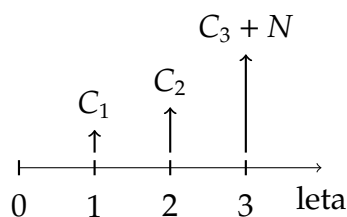
Cena obveznice 2 točki.

Za pravilen postopek, a napačen izračun, damo največ 3 točke.

- b) Druga obveznica je kuponska, ima dospelje čez natanko tri leta in izplačuje naraščajoče letne kupone. Prvi kupon bo izplačan čez eno leto in znaša 2 EUR, vsak naslednji pa bo za 2 EUR višji od predhodnega. Določi njeno ceno v času 0. [7 točk]

Rešitev

Kuponska obveznica z naraščajočimi kuponi izplača kupon $C_1 = 2$ EUR čez eno, kupon $C_2 = 4$ EUR čez dve leti ter kupon $C_3 = 6$ EUR skupaj z nominalno vrednostjo $N = 100$ EUR čez tri leta.



Ceno obveznice dobimo z diskontiranjem prihodnjih denarnih tokov.

$$\begin{aligned}
 P_2 &= C_1 \cdot D(0, 1) + C_2 \cdot D(0, 2) + (C_3 + N) \cdot D(0, 3) = \\
 &= \frac{C_1}{1 + R(0, 1)} + \frac{C_2}{(1 + R(0, 2))^2} + \frac{C_3 + N}{(1 + R(0, 3))^3} = \\
 &= \frac{2}{1 + 0,02} + \frac{4}{(1 + 0,026)^2} + \frac{106}{(1 + 0,033)^3} = 101,92 \text{ EUR}
 \end{aligned}$$

Točkovanje

Višine kuponov 1 točka.

Shema denarnih tokov in njihove vrednosti (oz. razumevanje obveznice) 2 točki.

Formula za vrednotenje obveznic, usklajena z besedilom naloge, 1* točka.

Pravilno računanje diskontnih faktorjev 2 točki.

Cena obveznice 1 točka.

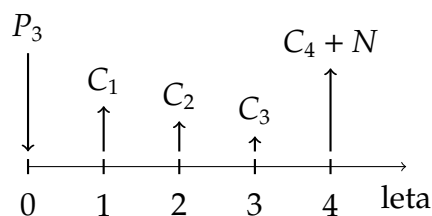
Če je samo navedena formula za vrednotenje obveznic brez izračunov, damo 1 točko.

- c) Tretja obveznica je kuponska, ima dospelje čez natanko štiri leta in izplačuje padajoče letne kupone. Prvi kupon bo izplačan čez eno leto in znaša 7 EUR, vsak naslednji pa bo za 2 EUR nižji od predhodnega. Njena cena v času 0 je 102 EUR. Določi obrestno mero $R(0, 4)$. [7 točk]

Rešitev

Kuponska obveznica z padajočimi kuponi izplača kupon $C_1 = 7$ EUR čez eno leto, kupon $C_2 = 5$ EUR čez dve leti, kupon $C_3 = 3$ EUR čez tri leta ter kupon $C_4 = 1$ EUR skupaj z nominalno vrednost $N = 100$ EUR čez štiri leta.

Cena obveznice je $P_3 = 102$ EUR.



Zapišemo formulo za vrednotenje obveznice.

$$\begin{aligned}
 P_3 &= C_1 \cdot D(0, 1) + C_2 \cdot D(0, 2) + C_3 \cdot D(0, 3) + (C_4 + N) \cdot D(0, 4) = \\
 &= \frac{C_1}{1 + R(0, 1)} + \frac{C_2}{(1 + R(0, 2))^2} + \frac{C_3}{(1 + R(0, 3))^3} + \frac{C_4 + N}{(1 + R(0, 4))^4}
 \end{aligned}$$

Neznana količina $R(0, 4)$ nastopa v le enem členu.

Najprej izrazimo sedanjo vrednost izplačila čez štiri leta in jo označimo z A .

$$\begin{aligned}
 \frac{C_4 + N}{(1 + R(0, 4))^4} &= P_3 - \frac{C_1}{1 + R(0, 1)} - \frac{C_2}{(1 + R(0, 2))^2} - \frac{C_3}{(1 + R(0, 3))^3} = \\
 &= 102 - \frac{7}{1 + 0,02} - \frac{5}{(1 + 0,026)^2} - \frac{3}{(1 + 0,033)^3} = 87,67 \text{ EUR} = A
 \end{aligned}$$

Nato izrazimo neznanu obrestno mero $R(0,4)$.

$$(1 + R(0,4))^4 = \frac{C_4 + N}{A}$$
$$1 + R(0,4) = \sqrt[4]{\frac{C_4 + N}{A}}$$
$$R(0,4) = \sqrt[4]{\frac{C_4 + N}{A}} - 1$$

Dobimo

$$R(0,4) = \sqrt[4]{\frac{101}{87,67}} - 1 = 0,0360 = 3,60\%.$$

Točkovanje

Višine kuponov 1 točka.

Shema denarnih tokov in njihove vrednosti (oz. razumevanje obveznice) 2 točki.

Formula za vrednotenje obveznic, usklajena z besedilom naloge, 1 točka.*

Pravilno računanje diskontnih faktorjev 1 točka.

Izrazitev $(1 + R(0,4))^4$, 1 točka.*

Obrestna mera 1 točka.

Možni so tudi malo drugačni rezultati kot posledica zaokroževanja. Če je postopek v redu in so vmesni evrski zneski zaokroženi največ na dve decimalni mesti, diskontni faktorji pa največ na 4, damo vse točke.

4. Slovensko pekovsko podjetje na začetku vsakega polletja na madžarski blagovni borzi kupi pšenico, s katero pokrije svoje potrebe po moki v naslednjih šestih mesecih. V podjetju kupnino plačajo v madžarskih forintih (HUF), ki jih vselej kupijo tik pred plačilom. Ob koncu preteklega leta so zbrali naslednje podatke o opravljenih nakupih:

Mesec nakupa	Količina (v tonah)	Cena (HUF/tono)	Menjalni tečaj (HUF za 1 EUR)
januar	15 600	44 620,20	309,45
julij	13 800	51 125,30	315,40

- a) Koliko evrov so namenili namenilo za nakup pšenice ob posameznem nakupu? [4 točke]

Rešitev

Za mesec januar najprej zmnožimo količino kupljene pšenice s ceno v forintih in tako dobimo kupnino v forintih,

$$15\,600 \cdot 44\,620,20 = 696\,075\,120 \text{ HUF.}$$

Dobljeni znesek pretvorimo v evre tako, da ga delimo z objavljenim menjalnim tečajem,

$$\frac{696\,075\,120}{309,45} = 2\,249\,394,47 \text{ EUR.}$$

Podobno za julij dobimo

$$\frac{13\,800 \cdot 51\,125,30}{315,40} = 2\,236\,934,50 \text{ EUR.}$$

Točkovanje

Nastavek za zneska v forintih 1+1 točka.

Zneska v evrih 1*+1* točka.

- b) V podjetju so ocenili, da se njihova poraba pšenice povečuje s 5 % letno stopnjo rasti. Zato bodo v novem letu na začetku vsakega polletja kupili 5 % več pšenice kot na začetku enakega polletja preteklega leta. Koliko pšenice bodo kupili ob posameznem nakupu? [2 točki]

Rešitev

Januarja bodo kupili

$$15\,600 \cdot 1,05 = 16\,380 \text{ ton,}$$

julija pa

$$13\,800 \cdot 1,05 = 14\,490 \text{ ton.}$$

Točkovanje

Količini 1+1 točka.

- c) V začetku januarja novega leta tona pšenice stane 47 985,60 HUF, menjalni tečaj pa znaša 308,60 HUF za 1 EUR. Znani sta še netvegani polletni efektivni obrestni meri pri zveznem obrestovanju $R_{\text{EUR}} = 0,25\%$ in $R_{\text{HUF}} = 1,15\%$. V podjetju želijo zmanjšati negotovost, ki jo v njihovo poslovanje prinaša cena pšenice. Zato na borzi sklenejo blagovni terminski

posel za nakup pšenice čez pol leta. Kolikšna je izročitvena cena (v forintih) tone pšenice v poslu, če pšenico obravnavamo kot blago, ki ne prinaša stroškov ali donosov, ter posel ne omogoča arbitraže? Rezultat zaokroži na dve decimalni mesti. [4 točke]

Rešitev

Izročitveno cenno v blagovnem terminskem poslu določimo po formuli

$$K = S_0(1 + R)^T.$$

Tu je $S_0 = 47\,985,60$ HUF trenutna cena pšenice, $T = \frac{1}{2}$ ročnost terminskega posla in $R = R_{\text{HUF}} = 1,15\%$ netvegana obrestna mera v forintih.

Dobimo izročitveno cenno

$$K = 47\,985,60 \cdot (1 + 0,0115)^{\frac{1}{2}} = 48\,260,73 \text{ HUF}$$

za tono pšenice.

Točkovanje

Formula za izročitveno cenno 1 točka.

Pravilna določitev S_0 , T in R 2 točki. Za pravilno določeni dve količini damo samo 1 točko.

Rezultat 1 točka.

- d) Negotovost v poslovanje podjetja prinaša tudi menjalni tečaj med evrom in forintom. Zato na borzi sklenejo še valutni terminski posel za nakup forintov čez pol leta. Kolikšen je sklenjeni terminski menjalni tečaj, če posel na trg ne prinaša arbitraže? [6 točk]

Rešitev

Terminski menjalni tečaj v valutnem terminskem poslu določimo po formuli

$$K = S_0 \cdot \frac{(1 + R_d)^T}{(1 + R_f)^T},$$

kjer je S_0 trenutni menjalni tečaj med valutama, $T = \frac{1}{2}$ ročnost terminskega posla ter R_d in R_f netvegani efektivni obrestni meri za domačo in tujo valuto.

Izberemo evro za domačo in forint za tujo valuto, torej velja $R_d = R_{\text{EUR}} = 0,25\%$ in $R_f = R_{\text{HUF}} = 1,15\%$.

Za menjalni tečaj mora danes veljati $1f = S_0 d$. Zapišemo

$$1 \text{ HUF} = \frac{1}{308,60} \text{ EUR}$$

in razberemo

$$S_0 = \frac{1}{308,60}.$$

Dobimo terminski menjalni tečaj

$$K = \frac{1}{308,60} \cdot \frac{(1 + 0,0025)^{\frac{1}{2}}}{(1 + 0,0115)^{\frac{1}{2}}} = 0,003226 \text{ EUR za 1 HUF,}$$

kar je ekvivalentno 309,98 HUF za 1 EUR.

Točkovanje

Formula za terminski menjalni tečaj 1 točka.

Določitev T , R_d in R_f 2 točki. Za pravilno določeni dve količini damo samo 1 točko. Tekmovalec lahko drugače izbere domačo in tujo valuto.

Pravilna določitev S_0 (usklajena z izbiro domače in tuje valute) 1 točka.

Rezultat 2 točki.

Če je tečaj zapisan v obliki x HUF za 1 EUR, zadoščata 2 decimalni mesti.

Če je tečaj zapisan v obliki y EUR za 1 HUF, zadošča 5 decimalnih mest.

Za preveč zaokrožen rezultat odbijemo 1 točko.

- e) Z upoštevanjem terminskih poslov iz točk c) in d) ter količin iz točke b) določi, koliko evrov bodo namenili za nakup pšenice ob posameznem nakupu v novem letu? [4 točke]

Rešitev

Nakup v začetku januarja bo izveden po trenutni ceni pšenice in trenutnem menjalnem tečaju, zato dobimo znesek

$$\frac{16\,380 \cdot 47\,985,60}{308,60} = 2\,546\,999,77 \text{ EUR.}$$

Nakup v začetku julija bo izveden po izročitveni ceni pšenice in terminskem menjalnem tečaju, zato dobimo znesek

$$\frac{14\,490 \cdot 48\,260,73}{309,98} = 2\,255\,945,47 \text{ EUR.}$$

Točkovanje

Rezultat 2*+2* točk.

Upoštevam tudi odgovore, ki so posledica prenosa napak ali zaokrožitev v prejšnjih točkah.