Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

11. tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol
Področno tekmovanje, 30. marec 2011

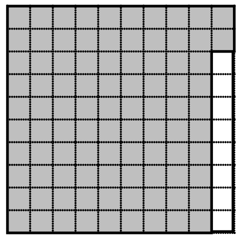
Prilepi nalepko s šifro

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpišite v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

B1	B2	B3	B4

A1 Kateri ulomek prikazuje osenčeni del slike?



(**A**) $\frac{2}{25}$ (**B**) $\frac{4}{5}$ (**C**) $\frac{23}{25}$ (**D**) $\frac{46}{5}$ (**E**) $\frac{92}{1}$

A2 Vaditelj smučanja računa 22,50 EUR za 45 minut vadbe. To je enako kot:

(**A**) 30 EUR za 1 uro (**B**) 0,40 EUR za 1 min
(**C**) 26 EUR za 50 min (**D**) 4,50 EUR za 10 min
(**E**) 45 EUR za 2 uri

A3 Slovenija ima približno 2 milijona prebivalcev. Če bi vsak dal 1 cent za dobrodelne namene, bi zbrali približno:

(**A**) 20 EUR (**B**) 200 EUR (**C**) 2000 EUR (**D**) 20000 EUR (**E**) 200000 EUR

A4 V šestmestenem številu □36230 je prva števka zakrita. Če šestmestno število zaokrožimo na stotisočice, dobimo 100000. Katera števka je zakrita?

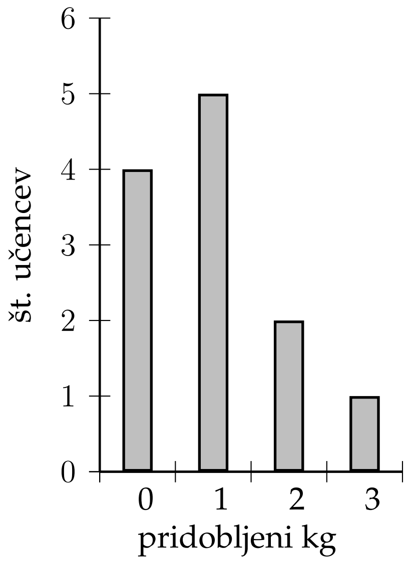
(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 9

A5 Ravna cev je prislonjena ob navpično steno do višine 9 m. Zgornji konec cevi zdrsne za 1 m navzdol, tako da je spodnji konec cevi od stene oddaljen 6 m. Kako dolga je cev?

(**A**) 8 m (**B**) 8,5 m (**C**) 9 m (**D**) 9,5 m (**E**) 10 m

A6 Histogram prikazuje, koliko kg mišične mase so fantje pridobili v enem šolskem letu pri rednem obiskovanju fitnesa. Koliko fantov je pridobilo vsaj 2 kg mišične mase?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 11



A7 Na koliko načinov je mogoče plačati račun, ki znaša 5 evrov, s kovanci po 1 evro in 2 evra?

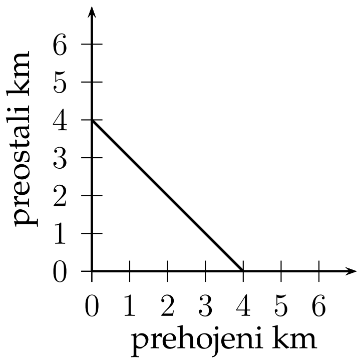
(**A**) 1 način (**B**) 2 načina
(**C**) 3 načine (**D**) 4 načine
(**E**) 5 načinov

A8 Janez želi zložiti jabolka v zabojčke tako, da bo v vsakem enako število jabolk. Koliko jabolk ima lahko Janez, če jih lahko zloži v 3 ali v 5 zabojčkov?

(**A**) 35 (**B**) 40 (**C**) 45 (**D**) 50 (**E**) 55

A9 Koliko km je Janezu preostalo za prehoditi, ko je prehodil 1 km (glej sliko)?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4



A10 Koliko od naslednjih trditev je pravilnih?

$20\ \%$ od $40 = 8$ $\quad 2^3 = 8 \quad 3^2 - 1^2 = 8$

$7 - 3 \cdot 2 = 8 \quad 2 \cdot (6-4)^2 = 8$

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

B1 Štirje dijaki so zbirali staro železo.
"Jaz sem zbral 120 kg,"je rekel Niko.
"Jaz pa četrtino manj kot ti,"je povedal Tone.
"Zanimivo, jaz sem zbral četrtino več kot ti," je rekel Niku tretji dijak, Tine.
"Po mojem računu smo vsi štirje zbrali štirikrat več starega železa kot Niko,"je ugotovil četrti, Gregor.
"Koliko pa si zbral ti?"so prijatelji vrašali Gregorja.
"Glede na to, kar smo do sedaj povedali o količini zbranega železa, si prav lahko izračunate, koliko sem ga zbral sam," je odgovoril Gregor.
Koliko starega železa je zbral Gregor?

B2 Točke $A(-4,-2)$, $B(2,-2)$ in $C(2,6)$ so oglišča trikotnika ABC.

A Trikotnik ABC narišite v koordinatni sistem.

B Izračunajte obseg trikotnika ABC.

C Izračunajte ploščino trikotnika ABC.

D Trikotniku ABC očrtajte krožnico.

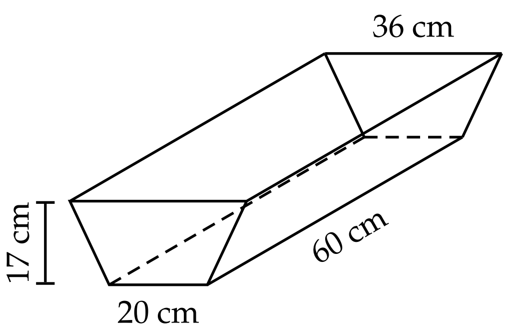
B3 Unča zlata (31 g) je bila v letu 2010 vredna v povprečju 1200 USD.

A Koliko evrov je leta 2010 stala unča zlata, če je 1 EUR bil vreden 1,3 USD?

B Koliko USD bi stala kocka iz zlata z robom 2 dm, če je gostota zlata 19,32 $\frac{g}{cm^3}$?

C Za koliko % je narasla cena zlata na svetovnem trgu od leta 2007 do leta 2010, če je bila cena zlata leta 2007 v povprečju 660 USD za unčo?

B4 Posoda, v kateri gojimo sadike, je izdelana iz lesa in pokrita s steklom (glej sliko). Debeline desk in stekla pri računanju ne upoštevamo.



A Kolikšna je površina zgornje steklene ploskve?

B Za koliko dm^2 je površina spodnjega lesenega dna manjša od ploščine steklenega pokrova?

C Koliko litrov zemlje potrebujemo, da bomo posodo napolnili do polovice njene višine?

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki
– smiselno upošteva besedilo naloge,
– vodi k rešitvi problema,
– je matematično pravilen in popoln.

V tabeli so zapisani pravilni odgovori izbirnih nalog. Vsak pravilen odgovor točkujemo z 2 točkama, nepravilen z -0.5 točke, če naloga ni rešena, 0 točk. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetnih 5 točk.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
C	A	D	B	E	B	C	C	D	D

A1 Od skupno 100 kvadratkov je osenčenih 92, kar pomeni $\frac{92}{100} = \frac{23}{25}$.

A2 22,50 EUR za 45 min pomeni 0,50 EUR na minuto. Za $1\ h = 60$ min pa je znesek $60 \cdot 0,50$ EUR $= 30$ EUR.

A3 1 cent = 0,01 EUR, zato znaša skupen znesek $2000000 \cdot 0,01$ EUR $= 20000$ EUR.

A4 To velja za števko 1, saj je 136230, zaokroženo na stotisočice, enako 100000.

A5 Uporabimo Pitagorov izrek v pravokotnem trikotniku, kjer je x iskana dolžina ravne cevi. Tako je $x^2 = 6^2 + 8^2$, od tod pa dobimo, da je $x = 10$ m.

A6 Iz histograma odčitamo, da so štirje fantje svojo maso ohranili, petim fantom se je le-ta povečala za 1 kg, dvema za 2 kg in enemu za 3 kg. Vsaj 2 kg so tako pridobili trije fantje.

A7 Račun je mogoče plačati na tri načine:

- s petimi kovanci za 1 EUR,
- z dvema kovancema za 2 EUR in enim za 1 EUR,
- z enim kovancem za 2 EUR in treni kovanci za 1 EUR.

A8 Imamo 45 jabolk, saj je 45 edino število od danih števil, ki je deljivo s 3 in s 5.

A9 Z grafa lahko odčitamo, da Janezu potem, ko prehodi 1 km, ostane še 3 km poti.

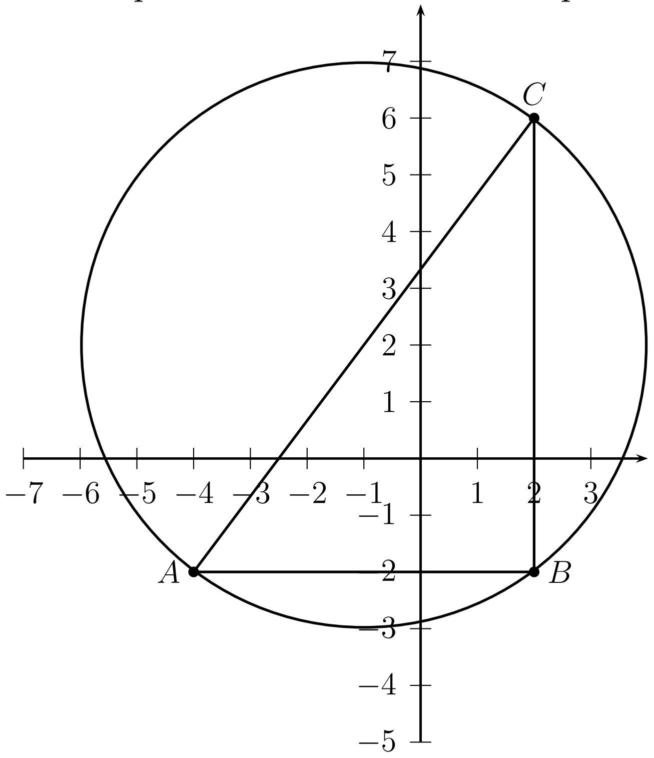
A10 Pravilne so 4 trditve, saj velja:

- $20\ \%$ od $40 = 8$ je pravilno, ker je $0,20 \cdot 40 = 8$,
- $2^3 = 8$ je pravilno, ker je $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$,
- $3^2 - 1^2 = 8$ je pravilno, ker je $3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$,
- $7 - 3 \cdot 2 = 8$ ni pravilno, ker je $7 - 3 \cdot 2 = 7 - 6 = 1$,
- $2 \cdot (6-4)^2 = 8$ je pravilno, ker je $2 \cdot (6-4)^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$.

B1 Niko je zbral 120 kg starega železa.
Tone je zbral $120 - \frac{1}{4}$ od $120 = 120 - 30 = 90$ kg starega železa.
Tine je zbral $120 + \frac{1}{4}$ od $120 = 120 + 30 = 150$ kg starega železa.
Gregor je zbral $x = 120$ kg, kar izračunamo iz enačbe $120 + 90 + 150 + x = 4 \cdot 120$.

Izračun količine zbranega železa za Toneta, 90 kg. .... **2 t**
Izračun količine zbranega železa za Tineta, 150 kg. .... **1 t**
Odgovor, npr.: Gregor je zbral 120 kg železa. .... **2 t**

B2 Točke $A(-4,-2)$, $B(2,-2)$ in $C(2,6)$ narišemo v pravokotni koordinatni sistem in jih povežemo v pravokotni trikotnik $\triangle ABC$ s pravim kotom pri oglišču C.



Dolžini katet sta $|AB| = 6\ e$ in $|BC| = 8\ e$, dolžino hipotenuze $|AC|$ pa dobimo s pomočjo Pitagorovega izreka: $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$. Torej je $|AC|^2 = (6\ e)^2 + (8\ e)^2$, od tod pa dobimo, da je $|AC| = 10\ e$. Obseg $\triangle ABC$ je $|AB|+|BC|+|AC| = 6\ e+8\ e+10\ e = 24\ e$. Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ je $p_{\triangle ABC} = \frac{|AB|\cdot|BC|}{2} = \frac{6\cdot 8}{2} = 24\ e^2$. Pravokotnemu trikotniku očrtana krožnica ima središče v razpolovišču hipotenuze, polmer pa je enak polovici hipotenuze.

A Narisane in v trikotnik povezane točke. .... **1 t**

B Izračun dolžine hipotenuze $10\ e$. .... **1 t**
Izračunan obsega trikotnika $24\ e$. .... **1 t**

C Izračun ploščine trikotnika $24\ e^2$. .... **1 t**

D Pravilno očrtana krožnica. .... **1 t**

Op.: Če tekmovalec pri rezultatih nima zapisanih enot, mu od vsote doseženih točk odbijemo 1 točko.

B3 Leta 2010 je unča zlata (31 g) stala $1200 : 1,3 = 923$ EUR. Prostornina kocke z robom 2 dm je 8 dm^3. Ker je gostota zlata $19,32\ \frac{g}{cm^3} = 19,32\ \frac{kg}{dm^3}$, je masa takšne kocke $m = \rho \cdot V = 19,32\ \frac{kg}{dm^3} \cdot 8\ dm^3 = 154,56\ kg$. Cena takšne količine zlata je $\frac{154{,}56\ kg \cdot 1200\ \$}{0{,}031\ kg} = 5982967,74\ \$ \approx 5982968\ \$$. Razmerje med ceno zlata leta 2010 in ceno zlata leta 2007 je $\frac{1200\ \$}{660\ \$} = 1,82$, kar pomeni, da je cena zlata narasla za $82\ \%$.

A Odgovor, npr.: Leta 2010 je unča zlata stala 923 EUR. .... **1 t**

B Izračun mase kocke $154,56\ kg$. .... **1 t**
Odgovor, npr.: Kocka bi stala 5982968 \$. .... **2 t**

C Odgovor, npr.: Cena zlata je narasla za 82 $\%$. .... **1 t**

B4 Ploščina zgornjega pravokotnika (steklene ploskve) je $60\ cm \cdot 36\ cm = 2160\ cm^2$. Ploščina spodnjega pravokotnika (lesenega dna) je $60\ cm \cdot 20\ cm = 1200\ cm^2$. Razlika med obema ploščinama je $2160\ cm^2 - 1200\ cm^2 = 960\ cm^2 = 9,6\ dm^2$. Da bi izračunali, koliko litrov zemlje potrebujemo, da posodo napolnimo do polovice njene višine, moramo izračunati prostornino prizme z višino $v_p = 60\ cm$, ki ima za osnovno ploskev trapez z osnovnicama $a = 20\ cm$ in $c = 28\ cm$ ter višino $v_t = 8,5\ cm$: $V = \frac{(a+c) \cdot v_t}{2} \cdot v_p = \frac{(20+28) \cdot 8{,}5}{2} \cdot 60 = 12240\ cm^3 = 12,24\ dm^3 = 12,24\ l$.

A Odg., npr.: Ploščina zgornje steklene ploskve je $2160\ cm^2$. .... **1 t**

B Odgovor, npr.: Ploščina lesenega dna je manjša od ploščine steklenega pokrova za $9,6\ dm^2$. .... **2 t**
Op.: Če rezultat ni izražen v dm^2, tekmovalcu odbijemo eno točko.

C Odgovor, npr.: Potrebujemo 12,24 litrov zemlje. .... **1 t**
Utemeljitev odgovora z računom. .... **1 t**