

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Naloge za 1. in 2. letnik

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpišite v levo tabelo. V sklopu B bomo pravilni odgovor ovrednotili z največ sedmimi točkami.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

B1	B2	B3

A1. Število 2022 lahko zapišemo kot produkt: $2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$. Katera od spodnjih trditev je pravilna?

- (A) Število 2022 je praštevilo. (B) Število 337 je praštevilo. (C) Število 2022 je deljivo z 10.
(D) $2022 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$ (E) 2022 deli 337.

A2. Dana so števila 11, 12, 13, 14, 15, 16 in 17. Koliko izmed njih je praštevil?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

A3. Kateri izmed spodnjih izrazov ima za $x = 11$ najmanjšo vrednost?

- (A) $-x^2 + x$ (B) $-x^2 + x - 12$ (C) $(-x)^2 - x$
(D) $(-x)^2 - x + 12$ (E) $(-x)^2 - 12$

A4. V raziskavi je bilo 200 ljudem postavljeno eno vprašanje. Iz tabele je razvidno, kako so odgovarjali. Koliko odstotkov vprašanih moških je odgovorilo z NE?

spol	DA	NE	NE VEM	skupaj
moški	40	36	14	90
ženske	42	56	12	110
skupaj	82	92	26	200

- (A) 18 (B) 36 (C) 40 (D) 45 (E) 46

A5. Točka $E(4, -\frac{1}{2})$ leži na premici

- (A) $y = -4x + \frac{1}{2}$ (B) $y = x - \frac{9}{2}$ (C) $y = 4x - \frac{1}{2}$ (D) $y = -x + \frac{9}{2}$ (E) $y = \frac{1}{2}x - 4$

A6. Ko je Matej prevozil $\frac{5}{6}$ poti, mu je do cilja ostalo še 12 km. Kolikšna je dolžina celotne poti?

- (A) 60 km (B) 72 km (C) 48 km (D) 36 km (E) 10 km

A7. Tekmovanje v triatlonu je sestavljeno iz 1 km plavanja, 24 km kolesarjenja in 6 km teka. Peter je plavanje opravil v 20 minutah. Kolesaril je z desetkrat tolikšno hitrostjo kot plaval, tek pa s štirikrat tolikšno hitrostjo kot plaval. Če je tekmovanje začel ob 9.30, je prišel na cilj ob:

- (A) 10.56 (B) 11.00 (C) 11.04 (D) 11.08 (E) 11.12

A8. Maja in Marjan sta kupila rabljen avto. Maja je prispevala 3000, Marjan pa 5000. Po letu in pol se je avto pokvaril in popravilo je stalo 1300. Znesek za popravilo sta si razdelila v istem razmerju kot znesek za nakup avtomobila. Kolikšen znesek v evrih je za popravilo prispevala Maja?

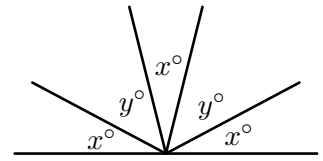
- (A) 162,50 (B) 260,00 (C) 433,33 (D) 487,50 (E) 812,50

A9. Katera izmed spodnjih trditev ne velja za trikotnik s stranicami $a = 6$ cm, $b = 5.5$ cm in $c = 5$ cm?

- (A) Kot α je večji od kota β . (B) Višina v_c je daljša od težiščnice t_c .
 (C) Višina v_a je pravokotna na stranico a . (D) Simetrala stranice b razpolavlja stranico b .
 (E) Težiščnica t_c povezuje razpolovišče stranice c z ogliščem C .

A10. Če je $x + y = 76$, je x :

- (A) 28 (B) 30 (C) 35 (D) 36 (E) 38



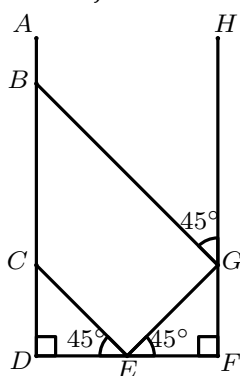
B1. Med dijaki so opravili anketo o hišnih ljubljenceh. Vsak je izbral 1 hišnega ljubljence, izbirali pa so mačko, psa ali kanarčka. Iz spodnje tabele je razvidno, kako so dijaki izbirali.

letnik	1.	2.	3.	4.
pes	14	16	7	10
mačka	6	11	13	10
kanarček	10	8	10	5

- (a) Koliko dijakov je sodelovalo v anketi?
 (b) Koliko sodelujočih dijakov 2. letnika ne bi izbralo kanarčka?
 (c) Koliko odstotkov sodelujočih dijakov 4. letnika je izbralo mačko?
 (d) Kolikšen delež vseh anketirancev bi izbralo mačko?
 (e) Odgovore, ki so jih podali dijaki 1. letnika, predstavi s histogramom.

B2. Rešite naloge:

- (a) Kolikšna je vrednost izraza $(\sqrt{4 + \sqrt{4}})^4$?
- (b) Koliko je a , če je $\frac{a}{6} + \frac{6}{18} = 1$?
- (c) Petmestno število je sestavljeno iz števk 1, 3, 5, 7 in 9. Število je večje od 80000 in manjše od 92000. Na mestu enic je števka 3. Stotice in desetice, v tem zaporedju, sestavljajo dvo-mestno število, ki je deljivo s 5. Katero je petmestno število?
- (d) Šest prijateljev gre na dogodivščino s kanuji. V vsakem kanuju lahko sedita dve osebi. Prijatelje bodo naključno razporedili po kanujih po parih. Na koliko načinov jih lahko razporedijo?
- (e) Z laserjem v točki C posvetimo v točko E . Žarek se odbije v točko G in nato v točko B . Razdalja $\overline{DE} = \overline{EF} = 1$ m. Kolikšna je razdalja \overline{BD} ?



B3. Soda A in B , ki sta valjaste oblike, imata prostornino 1000ℓ . V sodu A je 500ℓ , v sodu B pa 200ℓ vode. Iz soda A po cevi pretakamo vodo v sod B . Vsako minuto preteče $5,5 \ell$ vode.

- (a) Koliko vode je v sodu A po 10 minutah?
- (b) Po kolikšnem času polnjenja bi bilo v sodu B 530ℓ vode?
- (c) Izračunajte, po kolikšnem času bo v obeh sodih enaka količina vode. Rezultat zaokrožite na minuto natančno.
- (d) Do katere višine je na začetku pretakanja napolnjen sod A , če je premer soda 60 cm ? Rezultat zaokrožite na dve decimalki natančno.

Naloga za 3. letnik

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpišite v levo tabelo. V sklopu B bomo pravilni odgovor ovrednotili z največ sedmimi točkami.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

B1	B2	B3

A1. Kateri izmed spodnjih izrazov ima za $x = 11$ najmanjšo vrednost?

- (A) $-x^2 + x$ (B) $-x^2 + x - 12$ (C) $(-x)^2 - x$
(D) $(-x)^2 - x + 12$ (E) $(-x)^2 - 12$

A2. Točka $E(4, -\frac{1}{2})$ leži na premici

- (A) $y = -4x + \frac{1}{2}$ (B) $y = x - \frac{9}{2}$ (C) $y = 4x - \frac{1}{2}$ (D) $y = -x + \frac{9}{2}$ (E) $y = \frac{1}{2}x - 4$

A3. V raziskavi je bilo 200 ljudem postavljeno eno vprašanje. Iz tabele je razvidno, kako so odgovarjali. Koliko odstotkov vprašanih moških je odgovorilo z NE?

spol	DA	NE	NE VEM	skupaj
moški	40	36	14	90
ženske	42	56	12	110
skupaj	82	92	26	200

- (A) 18 (B) 36 (C) 40 (D) 45 (E) 46

A4. Dana je kvadratna enačba $3x^2 + 6x - m = 0$. Če je ena rešitev enačbe $x = -3$, je m enak:

- (A) -13 (B) -9 (C) 3 (D) 6 (E) 9

A5. Tekmovanje v triatlonu je sestavljeno iz 1 km plavanja, 24 km kolesarjenja in 6 km teka. Peter je plavanje opravil v 20 minutah. Kolesaril je z desetkrat tolikšno hitrostjo kot plaval, tek pa s štirikrat tolikšno hitrostjo kot plaval. Če je tekmovanje začel ob 9.30, je prišel na cilj ob:

- (A) 10.56 (B) 11.00 (C) 11.04 (D) 11.08 (E) 11.12

A6. Maja in Marjan sta kupila rabljen avto. Maja je prispevala 3000, Marjan pa 5000. Po letu in pol se je avto pokvaril in popravilo je stalo 1300. Znesek za popravilo sta si razdelila v istem razmerju kot znesek za nakup avtomobila. Kolikšen znesek v evrih je za popravilo prispevala Maja?

- (A) 162,50 (B) 260,00 (C) 433,33 (D) 487,50 (E) 812,50

A7. Zmnožek števil $3 \cdot 16 \cdot 45 \cdot 81$ je deljiv s 6^n . Določi največji možen n .

- (A) $n = 3$ (B) $n = 4$ (C) $n = 5$ (D) $n = 6$ (E) $n = 7$

A8. V kontrolni nalogi je 30 vprašanj izbirnega tipa. Za pravilni odgovor dobi dijak 4 točke, za nepravilnega pa -1 točko. Miha je odgovoril na vsa vprašanja in dobil 60 točk. Na koliko vprašanj je odgovoril pravilno?

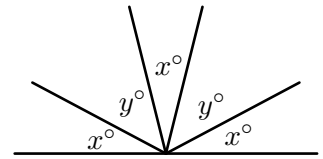
- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

A9. Katera izmed spodnjih trditev ne velja za trikotnik s stranicami $a = 6$ cm, $b = 5.5$ cm in $c = 5$ cm?

- (A) Kot α je večji od kota β . (B) Višina v_c je daljša od težiščnice t_c .
 (C) Višina v_a je pravokotna na stranico a . (D) Simetrala stranice b razpolavlja stranico b .
 (E) Težiščnica t_c povezuje razpolovišče stranice c z ogliščem C .

A10. Če je $x + y = 76$, je x :

- (A) 28 (B) 30 (C) 35 (D) 36 (E) 38



B1. Med dijaki so opravili anketo o hišnih ljubljenceh. Vsak je izbral 1 hišnega ljubljence, izbirali pa so mačko, psa ali kanarčka. Iz spodnje tabele je razvidno, kako so dijaki izbirali.

letnik	1.	2.	3.	4.
pes	14	16	7	10
mačka	6	11	13	10
kanarček	10	8	10	5

- (a) Koliko dijakov je sodelovalo v anketi?
 (b) Koliko sodelujočih dijakov 2. letnika ne bi izbralo kanarčka?
 (c) Koliko odstotkov sodelujočih dijakov 4. letnika je izbralo mačko?
 (d) Kolikšen delež vseh anketirancev bi izbralo mačko?
 (e) Odgovore, ki so jih podali dijaki 1. letnika, predstavi s histogramom.

B2. Dane so linearne funkcije $f(x) = -x + 1$, $g(x) = -4x + 4$, $h(x) = \frac{1}{3}x - 2$.

- (a) Nariši grafe linearnih funkcij v isti koordinatni sistem (enota naj bo 1 cm, k premicam zapiši pripadajočo linearno funkcijo).
- (b) Zapiši presečišče $P(x, y)$ funkcij f in g .
- (c) Kateri dve funkciji sta padajoči?
- (d) Izračunaj ničlo funkcije $h(x)$.

B3. Soda A in B , ki sta valjaste oblike, imata prostornino 1000ℓ . V sodu A je 500ℓ , v sodu B pa 200ℓ vode. Iz soda A po cevi pretakamo vodo v sod B . Vsako minuto preteče $5,5 \ell$ vode.

- (a) Koliko vode je v sodu A po 10 minutah?
- (b) Po kolikšnem času polnjenja bi bilo v sodu B 530ℓ vode?
- (c) Izračunajte, po kolikšnem času bo v obeh sodih enaka količina vode. Rezultat zaokrožite na minuto natančno.
- (d) Do katere višine je na začetku pretakanja napolnjen sod A , če je premer soda 60 cm ? Rezultat zaokrožite na dve decimalki natančno.

Rešitve nalog za 1. in 2. letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
B	D	B	C	B	B	D	D	B	A

A1. Pravilna je trditev, da je 337 praštevilo.

A2. Med naštetimi števili so tri praštevila: 11, 13, in 17.

A3. Za $x = 11$ so vrednosti izrazov naslednje: $-x^2 + x = -110$, $-x^2 + x - 12 = -122$, $(-x)^2 - x = 110$, $(-x)^2 - x + 12 = 122$, $(-x)^2 - 12 = 109$. Najmanjšo vrednost za $x = 11$ ima izraz $-x^2 + x - 12$.

A4. Z NE je odgovorilo 36 od 90 moških, kar predstavlja 40 %.

A5. Točka $E(4, -\frac{1}{2})$ leži na premici $y = x - \frac{9}{2}$, saj je $-\frac{1}{2} = 4 - \frac{9}{2}$.

A6. Če celotno pot označimo z x , velja, da je $\frac{1}{6}x = 12$ km. Rešitev enačbe je $x = 72$ km.

A7. Peter opravi 1 km plavanja v 20 min, 1 km kolesarjenja v 2 min in 1 km teka v 5 min. Na tekmovanju je za 1 km plavanja porabil 20 min, za 24 km kolesarjenja 48 min in za 6 km teka 30 min, skupaj 98 min. Če je tekmovanje začel ob 9:30, je prišel na cilj ob 11:08.

A8. Znesek za popravilo 1300 sta si razdelila v razmerju Maja:Marjan = 3:5. Maja je prispevala $\frac{3}{8} \cdot 1300 = 487,50$, Marjan pa 812,50.

A9. Za trikotnik ne velja, da je višina v_c je daljša od težiščnice t_c .

A10. Velja, da je $x + y + x + y + x = 180$, oz. $76 + x + 76 = 180$. Iz tega sledi, da je $x = 28$.

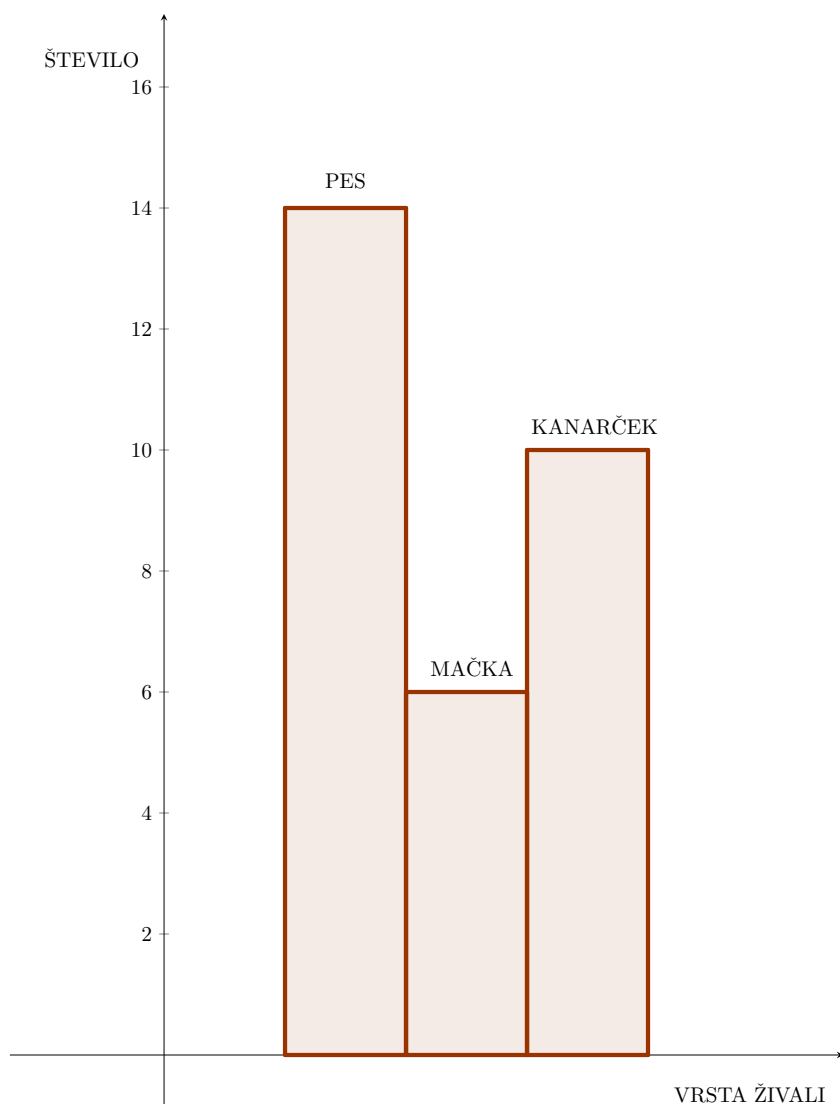
B1.

(a) Odgovorilo je $14 + 16 + 7 + 10 + 6 + 11 + 13 + 10 + 10 + 8 + 10 + 5 = 120$ dijakov.

(b) V 2. letniku ne bi izbralo kanarčka $16 + 11 = 27$ dijakov.

(c) V 4. letniku je izbralo mačko 10 od 25 dijakov, kar predstavlja $\frac{10}{25} = 0,4 = 40$ %.

(d) Mačko bi izbralo 40 od 120 dijakov, kar predstavlja $\frac{40}{120} = \frac{1}{3} = 33,33$ %.



(e)

- (a) Odgovor, npr.: Odgovorilo je 120 dijakov. 1 t
- (b) Odgovor, npr.: Kanarčka ne bi izbralo 27 dijakov. 1 t
- (c) Ugotovitev, da mačke ne bi izbralo 10 od 25 dijakov. 1 t
Izračun deleža v procentih 40 % 1 t
- (d) Izračun deleža $\frac{1}{3}$ oz. 33,33 %. 1 t
- (e) Pravilno označene osi histograma. 1 t
Pravilno narisani stolpci histograma. 1 t

B2.

- (a) Vrednost izraza $(\sqrt{4 + \sqrt{4}})^4 = 36$.
- (b) Vrednost $a = 4$.
- (c) Upoštevajoč vse navedene lastnosti števila ugotovimo, da je iskano število 91753.
- (d) Razporedijo jih lahko na $\frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 1 = 90$ načinov.

Rešitve nalog za 1. in 2. letnik

(e) S slike ugotovimo, da so trikotniki CDE , EFG in BCG enakokraki. Iz tega sledi, da je $\overline{DE} = \overline{DC} = 1$ m in $\overline{CG} = \overline{CB} = 2$ m. Razdalja $\overline{BD} = 1$ m + 2 m = 3 m.

(a) Izračunana vrednost izraza $\sqrt{4 + \sqrt{4}^4} = 36$ 1 t

(b) Izračunana vrednost $a = 4$ 1 t

(c) Določitev iskanega števila 91753. 1 t

(d) Določitev števila vseh možnih razporedov: 90. 2 t

(e) Izračunana razdalja $\overline{BD} = 3$ m. 2 t

B3.

(a) V sodu A je po desetih minutah $500 - 55 = 445$ l vode.

(b) Zapišemo enačbo $200 + 5,5x = 530$. Rešitev $x = 60$. V sodu B bi bilo 530 l vode po 60 minutah oz. po 1 uri.

(c) Če zapišemo enačbo, $500 - 5,5x = 200 + 5,5x$, dobimo rešitev $x = 27,3$. V obeh sodih bi bila enaka količina vode po 27 minutah.

(d) Iskano višino izračunamo po formuli $v = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{500 \text{ dm}^3}{\pi(3 \text{ dm})^2} = 17,68 \text{ dm}$.

(a) Izračunana količina vode 445 l. 1 t

(b) Izračunan čas polnjenja sode B 60 min. 2 t

(c) Izračunan čas, ko bo v obeh sodih enaka količina vode 27 min. 2 t

(d) Izračunana višina vode v sodu A 17,68 dm. 2 t

Rešitve nalog za 3. letnik

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
B	B	C	E	D	D	B	D	B	A

A1. Za $x = 11$ so vrednosti izrazov naslednje: $-x^2 + x = -110$, $-x^2 + x - 12 = -122$, $(-x)^2 - x = 110$, $(-x)^2 - x + 12 = 122$, $(-x)^2 - 12 = 109$. Najmanjšo vrednost za $x = 11$ ima izraz $-x^2 + x - 12$.

A2. Točka $E(4, -\frac{1}{2})$ leži na premici $y = x - \frac{9}{2}$, saj je $-\frac{1}{2} = 4 - \frac{9}{2}$.

A3. Z NE je odgovorilo 36 od 90 moških, kar predstavlja 40 %.

A4. Upoštevajoč $x = -3$ dobimo: $3 \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) - m = 0$, iz česar sledi rešitev $m = 9$.

A5. Peter opravi 1 km plavanja v 20 min, 1 km kolesarjenja v 2 min in 1 km teka v 5 min. Na tekmovanju je za 1 km plavanja porabil 20 min, za 24 km kolesarjenja 48 min in za 6 km teka 30 min, skupaj 98 min. Če je tekmovanje začel ob 9:30, je prišel na cilj ob 11:08.

A6. Znesek za popravilo 1300 sta si razdelila v razmerju Maja:Marjan = 3:5. Maja je prispevala $\frac{3}{8} \cdot 1300 = 487,50$, Marjan pa 812,50.

A7. Zmnožek $3 \cdot 16 \cdot 45 \cdot 81$ lahko zapišemo tudi kot $3 \cdot 16 \cdot 45 \cdot 81 = 6^4 \cdot 3^3 \cdot 5$. Iz tega sledi, da je $n = 4$.

A8. Število pravih odgovor označimo z x . Tedaj je nepravilnih odgovorv $30 - x$ in lahko zapišemo enačbo $x \cdot 4 + (30 - x) \cdot (-1) = 60$. Rešitev je $x = 18$.

A9. Za trikotnik ne velja, da je višina v_c je daljša od težiščnice t_c .

A10. Velja, da je $x + y + x + y + x = 180$, oz. $76 + x + 76 = 180$. Iz tega sledi, da je $x = 28$.

B1.

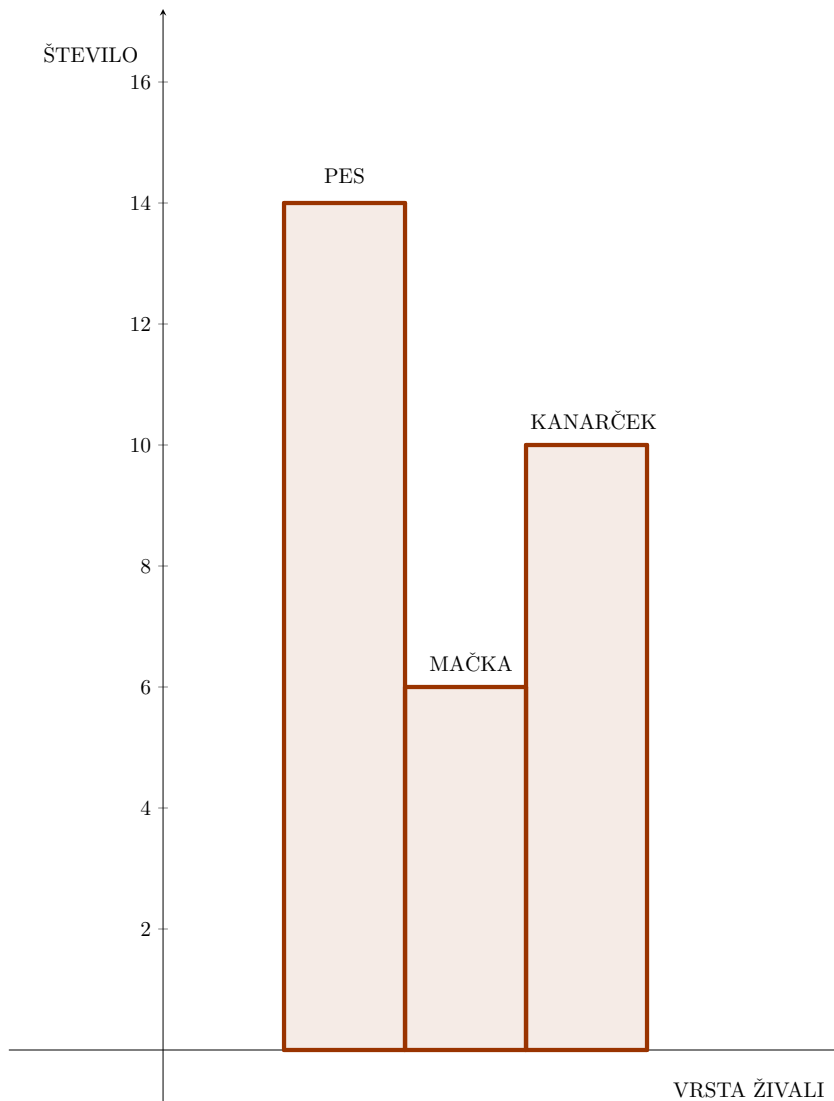
(a) Odgovorilo je $14 + 16 + 7 + 10 + 6 + 11 + 13 + 10 + 10 + 8 + 10 + 5 = 120$ dijakov.

(b) V 2. letniku ne bi izbralo kanarčka $16 + 11 = 27$ dijakov.

(c) V 4. letniku je izbralo mačko 10 od 25 dijakov, kar predstavlja $\frac{10}{25} = 0,4 = 40$ %.

(d) Mačko bi izbralo 40 od 120 dijakov, kar predstavlja $\frac{40}{120} = \frac{1}{3} = 33,33$ %.

Rešitve nalog za 3. letnik

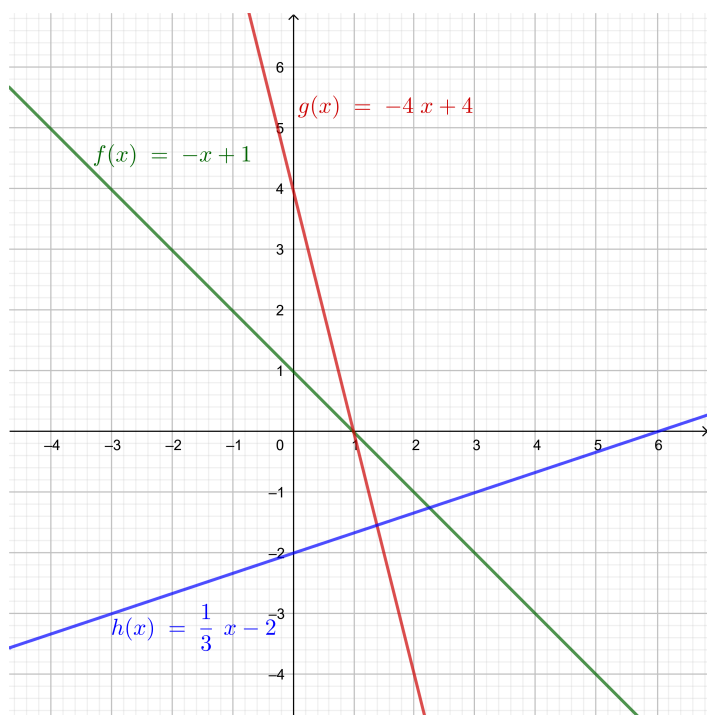


(e)

- (a) Odgovor, npr.: Odgovorilo je 120 dijakov. 1 t
- (b) Odgovor, npr.: Kanarčka ne bi izbralo 27 dijakov. 1 t
- (c) Ugotovitev, da mačke ne bi izbralo 10 od 25 dijakov. 1 t
 Izračun deleža v procentih 40 % 1 t
- (d) Izračun deleža $\frac{1}{3}$ oz. 33,33 %. 1 t
- (e) Pravilno označene osi histograma. 1 t
 Pravilno narisani stolpci histograma. 1 t

B2.

Rešitve nalog za 3. letnik



(a)

(b) Koordinata x iskanega presečišča je rešitev enačbe $-x + 1 = -4x + 4 \Rightarrow x = 1$. Pripadajoča koordinata y je $-x + 1 = -1 + 1 = 0$. Presečišče P je $P(1, 0)$.

(c) Padajoči sta funkciji f in g , ker imata negativna smerna koeficienta.

(d) Ničla funkcije h je rešitev enačbe $h(x) = 0$ oz. $\frac{1}{3}x - 2 = 0$. Rešitev je $x = 6$.

- a) Vsak narisani graf 1 točka, skupaj 3 točke. 3 t
- b) Izračunano presečišče $P(1, 0)$ 1 t
- c) Ugotovitev, da sta padajoči funkciji f in g 1 t
- d) Zapis enačbe $\frac{1}{3}x - 2 = 0$ 1 t
- Izračun ničle $x = 6$ 1 t

B3.

- (a) V sodu A je po desetih minutah $500 - 55 = 445$ l vode.
- (b) Zapišemo enačbo $200 + 5,5x = 530$. Rešitev $x = 60$. V sodu B bi bilo 530 l vode po 60 minutah oz. po 1 uri.
- (c) Če zapišemo enačbo, $500 - 5,5x = 200 + 5,5x$, dobimo rešitev $x = 27,3$. V obeh sodih bi bila enaka količina vode po 27 minutah.
- (d) Iskano višino izračunamo po formuli $v = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{500 \text{ dm}^3}{\pi(3 \text{ dm})^2} = 17,68 \text{ dm}$.

- (a) Izračunana količina vode 445 l. 1 t
- (b) Izračunan čas polnjenja soda B 60 min. 2 t
- (c) Izračunan čas, ko bo v obeh sodih enaka količina vode 27 min. 2 t
- (d) Izračunana višina vode v sodu A 17,68 dm. 2 t