Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol
Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Ime in priimek:

Naloge za 1. letnik

N1	N2

Čas reševanja: 45 minut.

1. Določi najmanjši skupni večkratnik in največji skupni delitelj izrazov:

$$-3x^4 + 24x, \qquad x^3 - 6x^2 + 12x - 8, \qquad ax^2 - 4ax + 4a, \qquad 3bx^2 - 12b.$$

(10 točk)

2. Izračunaj vrednost izraza $(-4xyz^{-1})^{-2}$, če so x, y in z neznanke v sistemu

$$
\begin{aligned}
\frac{2}{x}-\frac{1}{y}+\frac{1}{z}&=-3\\
\frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}&=3\\
\frac{3}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}&=4.
\end{aligned}
$$

(10 točk)

19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol
Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Ime in priimek:

Naloge za 2. letnik

N1	N2

Čas reševanja: 45 minut.

---

1. Podani sta premica p z enačbo $-x + 2y = 1$ in premica q z enačbo $-4x + 3y = 16$. Naj bo točka A presečišče premice p z osjo x, naj bo točka B presečišče premice q z osjo x, naj bo točka C presečišče premic p in q ter naj bo točka D pravokotna projekcija točke C na os x.

   a) Izračunaj in zapiši koordinate točk A, B, C in D. *(4 točke)*

   b) Izračunaj velikost notranjega kota β v trikotniku ABC. *(3 točke)*

   c) Izračunaj ploščino trikotnika ABC. *(3 točke)*

2. Dan je izraz

$$X = (a + a^{-1})^{-1}(a^2 + 3a + 2)(a^2 - 3a + 2)(a^2 - 4)^{-1}.$$

a) Izraz X poenostavi in zapiši v obliki produkta. *(8 točk)*

b) Izračunaj vrednost izraza X za $a = -\frac{1}{3}$. *(2 točki)*

19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol
Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Ime in priimek:

Naloge za 3. letnik

N1	N2

Čas reševanja: 45 minut.

1. Dan je trikotnik s stranicami $a = 17$ cm, $b = 8$ cm in $c = 15$ cm.

   a) Izračunaj, kolikokrat je ploščina trikotniku očrtanega kroga večja od ploščine danega trikotnika. Rezultat zaokroži na celo število. *(5 točk)*

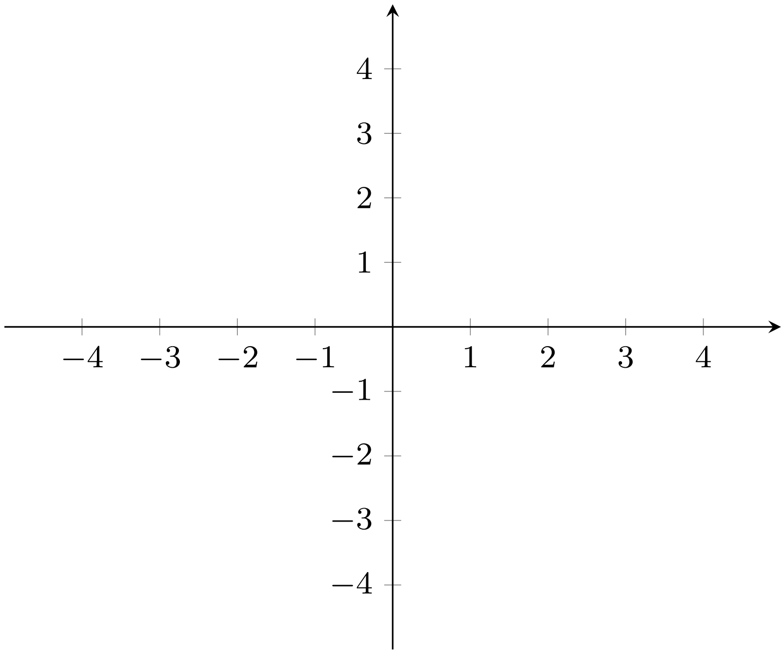
   b) Izračunaj dolžino višine na stranico a. Rezultat naj bo točen. *(2 točki)*

   c) Izračunaj velikost največjega kota danega trikotnika. *(3 točke)*

2. Dani sta funkciji $f(x) = \log_3(x+3) + 1$ in $g(x) = \log_3(3x) + 1$.

   a) Poišči absciso presečišča danih funkcij. *(3 točke)*

   b) Izračunaj ničlo, začetno vrednost in zapiši enačbo asimptote za obe funkciji. Funkciji nariši v isti koordinatni sistem. *(7 točk)*



19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol
Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Ime in priimek:

Naloge za 4. letnik

N1	N2

Čas reševanja: 45 minut.

1. a) Dani so prvi štirje členi neskončnega aritmetičnega zaporedja:

$$-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}.$$

Izračunaj, katero število je dvestoti člen tega zaporedja in kolikšna je vsota prvih dvestotih členov zaporedja. *(4 točke)*

b) Med števili $\frac{1}{2}$ in $\frac{9}{2}$ vrinemo tri števila, tako da dobimo geometrijsko zaporedje. Določi vse možne vrednosti vrinjenih členov. Vrednosti naj bodo točne. *(6 točk)*

2. Dan je izraz

$$A = \frac{\frac{1}{2}\sin 2x + \cos 2x}{1 - \tan x}.$$

Izračunaj vrednost izraza A, če je $\cos x = -\frac{4}{5}$ in $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Rezultat naj bo točen. *(10 točk)*

19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki:
– smiselno upošteva besedilo naloge,
– vodi k rešitvi problema,
– je matematično pravilen in popoln.

Če je kakšen vmesni ali končni rezultat možno prepoznati, uganiti, odčitati iz slike ali izračunati na pamet, tekmovalcu praviloma pripadajo vse predvidene točke. Če pa je rešitev uganjena (do nje ni možno priti brez računanja), tudi zgolj slučajna brez zapisanega preizkusa oziroma dokaza, jo točkujemo z 0 točkami.

Tekmovalec, ki je le delno rešil nalogo, iz sicer pravilnih postopkov reševanja pa ni videti poti do končne rešitve naloge, ne more dobiti več kot polovice možnih točk.

Oznaka '*' pri točkah pomeni, da točko oz. točke tekmovalec lahko dobi za pravilni postopek, čeprav je morda izračun nepravilen.

Prvi letnik

1.

Izraze zapišemo v obliki produkta $-3x^4 + 24x = -3x(x^3 - 8) = -3x(x-2)(x^2 + 2x + 4)$, $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x-2)^3$, $ax^2 - 4ax + 4a = a(x-2)^2$, $3bx^2 - 12b = 3b(x-2)(x+2)$. Ugotovimo, da je $D = x - 2$ in $v = -3abx(x-2)^2(x+2)(x^2+2x+4)$.

Izpostavljen skupni faktor $-3x^4 + 24x = -3x(x^3 - 8)$ .... 1 točka
Zapis v obliki produkta $-3x(x^3 - 8) = -3x(x-2)(x^2+2x+4)$ .... 1 točka
Upoštevanje obrazca ali izpostavljanje skupnih faktorjev v štiričleniku .... 1 točka
Zapis v obliki produkta $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x-2)^3$ .... 1 točka
Izpostavljen skupni faktor $ax^2 - 4ax + 4a = a(x^2 - 4x + 4)$ .... 1 točka
Zapis v obliki produkta $a(x^2 - 4x + 4) = a(x-2)^2$ .... 1 točka
Izpostavljen skupni faktor $3bx^2 - 12b = 3b(x^2 - 4)$ .... 1 točka
Zapis v obliki produkta $3b(x^2 - 4) = 3b(x-2)(x+2)$ .... 1 točka
Zapis največjega skupnega delitelja $D = x - 2$ .... 1 točka
Zapis najmanjšega skupnega večkratnika $v = -3abx(x-2)^3(x+2)(x^2+2x+4)$ ...... 1 točka

2. Uvedemo nove neznanke $a = \frac{1}{x}, b = \frac{1}{y}, c = \frac{1}{z}$ in dobimo sistem enačb $2a - b - c = -3, a - b - c = 3, 3a + 2b + 2c = 4$, ki ga rešimo. Rešitev sistema je $a = 2, b = 3, c = -4$ in dobimo $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = -\frac{1}{4}$. Izračunamo $(-4xyz^{-1})^{-2} = \left(-4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)^{-1}\right)^{-2} = \left(\frac{8}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{64}$.

Uvedba novih neznank $a = \frac{1}{x}, b = \frac{1}{y}$ in $c = \frac{1}{z}$ .... 1 točka
Zapis sistema z novimi neznankami .... 1 točka
Reševanje sistema enačb 1*točka
Rešitve preoblikovanega sistema $a = 2, b = 3, c = -4$ .... 3 točke
Rešitve prvotnega sistema enačb $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = -\frac{1}{4}$ (za dve pravilni rešitvi 1* točka) . 2 točki
Zapis izraza $\left(-4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)^{-1}\right)^{-2}$ .... 1 točka
Izračun $\frac{9}{64}$ .... 1 točka

19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki:
– smiselno upošteva besedilo naloge,
– vodi k rešitvi problema,
– je matematično pravilen in popoln.

Če je kakšen vmesni ali končni rezultat možno prepoznati, uganiti, odčitati iz slike ali izračunati na pamet, tekmovalcu praviloma pripadajo vse predvidene točke. Če pa je rešitev uganjena (do nje ni možno priti brez računanja), tudi zgolj slučajna brez zapisanega preizkusa oziroma dokaza, jo točkujemo z 0 točkami.

Tekmovalec, ki je le delno rešil nalogo, iz sicer pravilnih postopkov reševanja pa ni videti poti do končne rešitve naloge, ne more dobiti več kot polovice možnih točk.

Oznaka '*' pri točkah pomeni, da točko oz. točke tekmovalec lahko dobi za pravilni postopek, čeprav je morda izračun nepravilen.

Drugi letnik

1. Presečišče premice z osjo x ima y koordinato 0. Tako dobimo $A(-1,0)$ in $B(4,0)$. Rešimo sistem enačb za p in q, da dobimo koordinate točke $C(-\frac{29}{5},-\frac{12}{5})$. Točka D ima koordinati $D(-\frac{29}{5},0)$. Kot β iz trikotnika ABC je hkrati zunanji kot pri oglišču B v trikotniku BDC. Daljica DC je dolga $\frac{12}{5}$, daljica BD pa ima dolžino $\frac{29}{5}-4=\frac{9}{5}$. Trikotnik DBC je pravokoten, velja $\tan\beta'=\frac{\frac{12}{5}}{\frac{9}{5}}=\frac{4}{3}$ in dobimo $\beta\doteq 53,13^\circ$ in $\beta\doteq 126,87^\circ=126^\circ 52'$.
Stranica c v trikotniku ABC ima dolžino 5. Ploščino trikotnika ABC pa lahko izračunamo na več različnih načinov:

1. Stranica c v trikotniku ABC ima dolžino 3. Daljica DC je pravokotna na os x in s tem na nosilko stranice c v trikotniku ABC. Daljica DC je tako višina na stranico c v trikotniku ABC, njena dolžina je $\frac{12}{5}$. Ploščino trikotnika lahko izračunamo kot $S=\frac{c\cdot v_c}{2}=\frac{3\cdot\frac{12}{5}}{2}=\frac{18}{5}=3,6$.

2. Stranica a v trikotniku ABC je hkrati hipotenuza v pravokotnem trikotniku BDC, po Pitagorovem izreku dobimo njeno dolžino 3. Isto dobimo z izračunom razdalje daljice BC. Ploščino trikotnika izračunamo kot $S=\frac{c\cdot a\cdot\sin\beta}{2}=\frac{3\cdot 3\cdot\sin 126,87^\circ}{2}=3,6$.

3. Poleg $a=3$ in $c=3$ izračunamo še stranico b, torej dolžino daljice AC:
$|AC|=\sqrt{\left(\frac{24}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{144}{5}}=\frac{12\sqrt{5}}{5}\doteq 5,37$. Sedaj lahko z uporabo Heronovega obrazca izračunamo ploščino trikotnika. $s=\frac{a+b+c}{2}=\frac{15+6\sqrt{5}}{5}\doteq 5,68$ in
$S=\sqrt{s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)}=$
$\sqrt{\frac{15+6\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{6\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{6\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{15-6\sqrt{5}}{5}}=\frac{18}{5}=3,6$.

4. Ploščino trikotnika ABC lahko izračunamo kot razliko ploščin trikotnika ADC in trikotnika BDC: $S=\frac{\frac{12}{5}\cdot\frac{24}{5}}{2}-\frac{\frac{12}{5}\cdot\frac{9}{5}}{2}=3,6$.

Izračun in zapis $A(-1,0)$ .... 1 točka
Izračun in zapis $B(-4,0)$ .... 1 točka
Izračun in zapis $C(-\frac{29}{5},-\frac{12}{5})$ .... 1 točka
Ugotovitev in zapis $D(-\frac{29}{5},0)$ .... 1 točka
Izračun ali zapis dolžin stranic $|CD|=\frac{12}{5}$ in $|BD|=\frac{9}{5}$ .... 1 točka
Ugotovitev, da je $\tan\beta'=\frac{4}{3}$ (brez žepnega računala ni rešitve) .... 1 točka
Ugotovitev, da je kot β suplementaren kotu β' .... 1 točka
Zapis ali uporaba ustreznega obrazca za ploščino trikotnika $\left(\frac{c\cdot v_c}{2},\frac{c\cdot b\cdot\sin\beta}{2},\text{Heron},\ldots\right)$ ... 1 točka
Izračun potrebnih količin .... 1 točka
Izračun ploščine trikotnika ABC: $S=3,6$ .... 1 točka

2. Prvi faktor preoblikujemo v $(a + a^{-1})^{-1} = \frac{a}{a^2+1}$.
V produktu $(a^2 + 3a + 2)(a^2 - 3a + 2)$ lahko vsak člen iz prvega oklepaja pomnožimo z vsakim členom iz drugega oklepaja. Hitrejša možnost pa je, da to preoblikujemo v produkt vsote in razlike istih členov in dobimo razliko kvadratov: $(a^2+3a+2)(a^2-3a+2) = ((a^2+2)+3a)((a^2+2)-3a) = (a^2+2)^2 - (3a)^2 = a^4 + 4a^2 + 4 - 9a^2 = a^4 - 5a^2 + 4$.
To s pomočjo Vietovega pravila razstavimo na $a^4 - 5a^2 + 4 = (a^2 - 1)(a^2 - 4)$.
Preoblikujmo še zadnji faktor $(a^2 - 4)^{-1} = \frac{1}{a^2-4}$. Vse to zmnožimo in dobimo $X = \frac{a}{a^2+1} \cdot (a^2 - 1)(a^2 - 4) \cdot \frac{1}{a^2-4} = \frac{a}{a^2+1} \cdot (a^2 - 1) = \frac{a(a-1)(a+1)}{a^2+1}$. V poenostavljen izraz X vstavimo $a = -\frac{1}{3}$ in dobimo $\frac{4}{15}$.

Zapisano ali uporabljeno $a^{-1} = \frac{1}{a}$ .... 1 točka
Poenostavljen prvi faktor, zapisan z ulomkom $\frac{a}{a^2+1}$ .... 1 točka
Zmnožen drugi in tretji faktor: $(a^2 + 3a + 2)(a^2 - 3a + 2) = a^4 - 5a^2 + 4$ .... 1*+1 točka
Uporaba Vietovega pravila $a^4 - 5a^2 + 4 = (a^2 - 1)(a^2 - 4)$, lahko razstavljeno do
$(a + 1)(a + 2)(a - 1)(a - 2)$ .... 1 točka
Preoblikovan zadnji faktor $(a^2 - 4)^{-1} = \frac{1}{a^2-4}$, lahko v $\frac{1}{(a+2)(a-2)}$ .... 1 točka
Množenje dobljenih faktorjev in krajšanje .... 1 točka
Poenostavljen izraz $\frac{a(a^2-1)}{a^2+1}$ ali $\frac{a(a-1)(a+1)}{a^2+1}$ .... 1 točka
Upoštevanje vrednosti $a = -\frac{1}{3}$ .... 1 točka
Izračun vrednosti izraza $\frac{4}{15}$ .... 1 točka

19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki:
– smiselno upošteva besedilo naloge,
– vodi k rešitvi problema,
– je matematično pravilen in popoln.

Če je kakšen vmesni ali končni rezultat možno prepoznati, uganiti, odčitati iz slike ali izračunati na pamet, tekmovalcu praviloma pripadajo vse predvidene točke. Če pa je rešitev uganjena (do nje ni možno priti brez računanja), tudi zgolj slučajna brez zapisanega preizkusa oziroma dokaza, jo točkujemo z 0 točkami.

Tekmovalec, ki je le delno rešil nalogo, iz sicer pravilnih postopkov reševanja pa ni videti poti do končne rešitve naloge, ne more dobiti več kot polovice možnih točk.

Oznaka '*' pri točkah pomeni, da točko oz. točke tekmovalec lahko dobi za pravilni postopek, čeprav je morda izračun nepravilen.

Tretji letnik

1.

a) S pomočjo Heronovega obrazca izračunamo ploščino trikotnika $s = \frac{a+b+c}{2} = 20$ cm, $S_t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 60$ cm^2. Izračunamo polmer trikotniku očrtanega kroga $R = \frac{abc}{4S} = 8,5$ cm. Ploščina očrtanega kroga $S_k = \pi r^2 = 226,98$ cm^2. Ploščino osenčenega kroga delimo s ploščino trikotnika in dobimo $3,78$. Ploščina kroga je $4-$krat večja od ploščine trikotnika.

b) S pomočjo formule za ploščino trikotnika izračunamo dolžino višine na zeleno stranico $v_a = \frac{2S_t}{a} = \frac{120}{17}$ cm.

c) Po dolžinah stranic ugotovimo, da je kot α največji kot v trikotniku. Uporabimo kosinusni izrek in izračunamo kot $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = 0$ in $\alpha = 90°$.

Uporaba Heronovega obrazca $S_t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ .... 1 točka
Izračun ploščine trikotnika $S_t = 60$ cm^2 .... 1 točka
Izračun polmera očrtanega kroga $R = \frac{abc}{4S_t} = 8,5$ cm .... 1 točka
Izračun ploščine očrtanega kroga $S_k = \pi R^2 = 226,98$ cm^2 .... 1 točka
Zapis odgovora .... 1 točka
Uporaba formule za ploščino trikotnika $v_a = \frac{2S_t}{a}$ .... 1 točka
Izračunana višina trikotnika $v_a = \frac{120}{17}$ cm .... 1 točka
Ugotovitev, da je α največji kot .... 1 točka
Uporaba kosinusnega izreka $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = 0$ .... 1 točka
Izračun kota $\alpha = 90°$ .... 1 točka

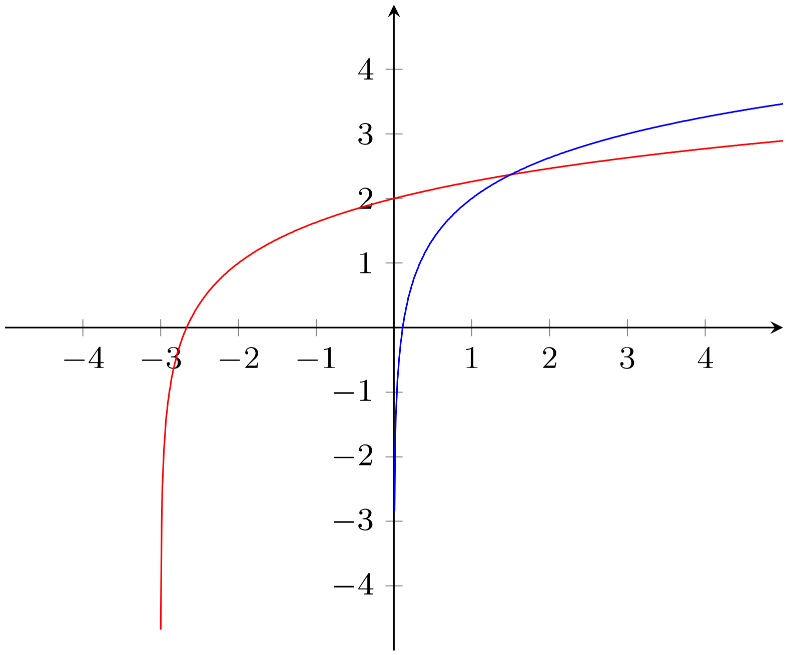
2.

a) Poiščemo absciso presečišča. Izenačimo funkciji $f(x) = g(x)$, ju vstavimo v enačbo in dobimo $\log_3(x+3)+1 = \log_3(3x)+1$. Enačbo uredimo in dobimo linearno enačbo $x+3 = 3x$, katere rešitev je $x = \frac{3}{2}$.

b) Za funkcijo $f(x) = \log_3(x+3)+1$ izračunamo začetno vrednost $f(0) = \log_3(0+3)+1 = 2$. Izračunamo ničlo, tako da rešimo enačbo $0 = \log_3(x+3)+1$, ki jo preoblikujemo v $\log_3(x+3) = -1$ in za tem s pomočjo definicije logaritma zapišemo enačbo $x+3 = \frac{1}{3}$. Dobimo rešitev $x = -2\frac{2}{3}$, ki je ničla funkcije f. Zapišemo enačbo asimptote $x = -3$.

Za funkcijo $g(x) = \log_3(3x)+1$ ugotovimo, da začetna vrednost ne obstaja. Izračunamo ničlo, tako da rešimo enačbo $0 = \log_3(3x)+1$, jo preoblikujemo v $\log_3(3x) = -1$ in za tem uporabimo definicijo logaritma ter dobimo enačbo $3x = \frac{1}{3}$. Dobimo rešitev $x = \frac{1}{9}$, ki je ničla funkcije g. Zapišemo enačbo asimptote $x = 0$.

Narišemo oba grafa.



Izračun začetne vrednosti za funkcijo f: $f(0) = 2$ .... 1 točka
Izračun ničle funkcije f: $x = -2\frac{2}{3}$ .... 1 točka
Narisan graf funkcije f .... 1 točka
Ugotovitev, da funkcija g nima začetne vrednosti .... 1 točka
Izračun dodatne točke za funkcijo g: $g(1) = 2$ .... 1 točka
Izračun ničle funkcije g: $x = \frac{1}{9}$ .... 1 točka
Narisan graf funkcije g .... 1 točka
Zapis ali upoštevanje $\log_3(x+3) + 1 = \log_3(3x) + 1$ .... 1 točka
Zapis linearne enačbe $x + 3 = 3x$ .... 1 točka
Izračun abscise presečišča $x = \frac{3}{2}$ .... 1 točka

19. tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

Odbirno tekmovanje, 21. marec 2019

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki:
– smiselno upošteva besedilo naloge,
– vodi k rešitvi problema,
– je matematično pravilen in popoln.

Če je kakšen vmesni ali končni rezultat možno prepoznati, uganiti, odčitati iz slike ali izračunati na pamet, tekmovalcu praviloma pripadajo vse predvidene točke. Če pa je rešitev uganjena (do nje ni možno priti brez računanja), tudi zgolj slučajna brez zapisanega preizkusa oziroma dokaza, jo točkujemo z 0 točkami.

Tekmovalec, ki je le delno rešil nalogo, iz sicer pravilnih postopkov reševanja pa ni videti poti do končne rešitve naloge, ne more dobiti več kot polovice možnih točk.

Oznaka '*' pri točkah pomeni, da točko oz. točke tekmovalec lahko dobi za pravilni postopek, čeprav je morda izračun nepravilen.

Četrti letnik

1.

a) Izračunamo diferenco aritmetičnega zaporedja $d = \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = 2$. Izračunamo dvestoti člen zaporedja $a_{200} = a_1 + (200-1) \cdot d = \frac{793}{2}$. Izračunamo vsoto prvih dvestotih členov $s_{200} = \frac{200}{2}(a_1 + a_200) = \frac{200}{2}\left(-\frac{3}{2} + \frac{793}{2}\right) = 39500$.

b) Med števili $\frac{1}{2}$ in $\frac{9}{2}$ vrinemo tri števila a_2, a_3, a_4. Dobimo zaporedje $\frac{1}{2}, a_2, a_3, a_4, \frac{9}{2}$. Število $\frac{9}{2}$ je peti člen geometrijskega zaporedja, zato velja enakost $a_1 \cdot q^4 = \frac{9}{2}$. Vstavimo a_1 v enakost in dobimo $\frac{1}{2} \cdot q^4 = \frac{9}{2}$. Ko odpravimo ulomke, dobimo enačbo $q^4 = 9$. Enačba ima dve rešitvi $q_1 = \sqrt{3}, q_2 = -\sqrt{3}$. Zapišemo obe rešitvi: $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}; \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Izračun $d = \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = 2$ .... 1 točka
Izračun $a_{200} = \frac{793}{2}$ .... 1 točka
Izračun $s_{200} = \frac{200}{2}(a_1 + a_{200}) = \frac{200}{2}\left(-\frac{3}{2} + \frac{793}{2}\right) = 39500$ .... 2 točki
Upoštevanje, da je $\frac{9}{2}$ peti člen geometrijskega zaporedja $a_1 \cdot q^4 = \frac{9}{2}$ .... 1 točka
Zapis enačbe $q^4 = 9$ .... 1 točka
Rešitvi enačbe $q_1 = \sqrt{3}, q_2 = -\sqrt{3}$ .... 2 točki
Zapis rešitev $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}; \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .... 2 točki

2. Uporabimo zvezo med kotnimi funkcijami $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ in dobimo $\sin^2 x = \frac{9}{25}$. Ker je $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, je $\sin x = \frac{3}{5}$. Upoštevamo, da je $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ in $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$. Izračunana vrednost izraza $A = -\frac{4}{35}$.

Zapis ali upoštevanje $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .... 1 točka
Zapis ali upoštevanje $\sin^2 x = \frac{9}{25}$ .... 1 točka
Zapis ali upoštevanje $\sin x = \frac{3}{5}$ .... 1 točka
Zapis ali upoštevanje $\sin 2x = 2 \sin x \cos x = -\frac{24}{25}$ .... 2 točki
Zapis ali upoštevanje $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{7}{25}$ .... 2 točki
Zapis ali upoštevanje $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}$ .... 2 točki
Rešitev $A = -\frac{4}{35}$ .... 1 točka