**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

dMFA

48. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 28. marec 2012

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA SEDMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Koliko naravnih števil deli število 2012?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

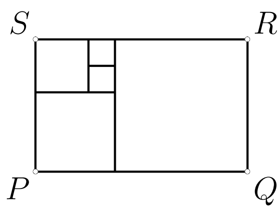
A2. Katero število predstavlja točka na številski premici, ki leži točno na sredini med točkama, s katerima sta predstavljeni števili $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$?

(**A**) 0.2 (**B**) 0.6 (**C**) 0.625 (**D**) 0.65 (**E**) 0.7

A3. Knjiga ima 225 strani. Kolikšno je skupno število števk, s katerimi so zapisana števila, ki označujejo strani od 1 do 225?

(**A**) 357 (**B**) 476 (**C**) 567 (**D**) 635 (**E**) 724

A4. Pravokotnik $PQRS$ sestavlja pet kvadratov. Ploščina najmanjšega kvadrata meri $4\ \text{cm}^2$. Koliko meri obseg pravokotnika $PQRS$?



(**A**) 26 (**B**) 52 (**C**) 64 (**D**) 72 (**E**) 128

A5. Jaka, Vanja, Ula, Simon in Rok živijo v različnih hišah z zaporednimi hišnimi številkami od 1 do 5. Razlika med Rokovo in Jakovo številko je pozitivna in je dvakrat tolikšna kot razlika med Ulino in Simonovo številko. Vanja živi v hiši z liho številko. Katera trditev drži?

(**A**) Vanja živi v hiši s številko 1.
(**B**) Simon živi v hiši s številko 4.
(**C**) Jaka živi v hiši s številko 2.
(**D**) Ula živi v hiši s številko 3.
(**E**) Rok živi v hiši s številko 5.

A6. Simetrali dveh zunanjih kotov trikotnika se sekata pod kotom, ki je enako velik kot tretji notranji kot trikotnika. Koliko meri tretji kot?

(**A**) $60°$ (**B**) $120°$ (**C**) $30°$ (**D**) $150°$ (**E**) $90°$

A7. Na seminarju je 20 udeležencev, od katerih jih 16 govori angleško, 15 nemško in 17 italijansko. Najmanj koliko udeležencev seminarja govori vse tri tuje jezike?

(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) 9

A8. Koliko mest ima najmanjše naravno število, ki ga zapišemo samo s števkami 0, 1 in 2 ter je deljivo s 45?

(**A**) 3 (**B**) 6 (**C**) 9 (**D**) 18 (**E**) 45

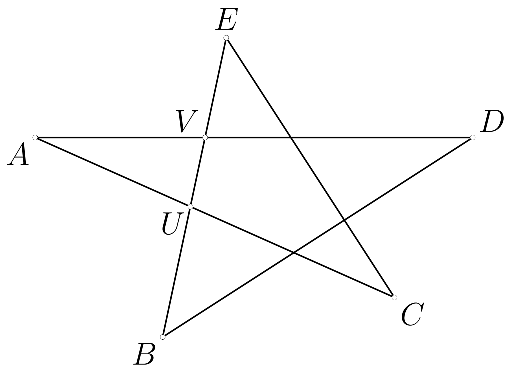
B1. Izračunaj vrednost izraza

$$\frac{0.8 : \frac{6}{5} + \left(2\frac{1}{3} - 2.3\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{3} - 0.6\right)}{2 + \frac{3}{5} - 1\frac{1}{3}}.$$

(6 točk)

B2. Daljice AC, AD, BD, BE in CE se sekajo, kot kaže slika. Daljica BE seka daljici AC in AD v točkah U in V. Kot $\sphericalangle UAV$ meri $24°$ in $|AU| = |AV|$. Koliko meri vsota kotov $\sphericalangle ACE$ in $\sphericalangle BEC$?

(6 točk)



B3. Večja skupina potnikov se je odpravila na izlet. Rezervirali so vlak. Če bi pripeljal vlak s petnajstimi vagoni z enakim številom sedežev, bi 27 sedežev ostalo nezasedenih. Ker pa je imel vlak samo štirinajst takih vagonov, je ostalo za četrtino vagona potnikov brez sedeža. Koliko potnikov je bilo v skupini in koliko sedežev je v enem vagonu?

(6 točk)

dMFA

48. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 28. marec 2012

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA OSMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšen je zmnožek najmanjšega dvomestnega in največjega enomestnega celega števila?

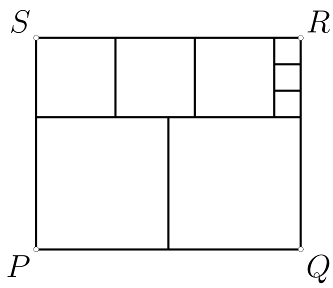
(**A**) -891 (**B**) -99 (**C**) -1 (**D**) 99 (**E**) 891

A2. Nina je za pot okoli jezera naredila 350 enako dolgih korakov. Mihov korak je za $40\ \%$ daljši od Nininega. Koliko korakov mora narediti Miha, da prehodi pot okoli istega jezera?

(**A**) 210 (**B**) 220 (**C**) 230 (**D**) 240 (**E**) 250

A3. Pravokotnik $PQRS$ je razdeljen na 8 kvadratov. Obseg najmanjšega kvadrata meri 2 cm. Koliko meri ploščina pravokotnika $PQRS$?

(**A**) 10 cm^2 (**B**) 20 cm^2 (**C**) 24 cm^2
(**D**) 32 cm^2 (**E**) 40 cm^2



A4. Koliko neokrajšanih ulomkov zaporedju $\frac{1}{2012}$, $\frac{2}{2012}$, $\frac{3}{2012}$, ..., $\frac{2011}{2012}$, $\frac{2012}{2012}$ je takih, da jih lahko okrajšamo do ulomka, katerega števec je enak 1?

(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 24 (**E**) 503

A5. Koliko celih števil reši neenačbo $\left|\frac{13-8x}{-3}\right| < 11$?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 10

A6. Kolikšna je razlika števil 2^{2012} in 2^{2011}?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 2011 (**D**) 2^{2010} (**E**) 2^{2011}

A7. Kolikšno vrednost ima ulomek $\dfrac{2^3 \cdot 16 \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{128} \cdot 2^5 : 2}$?

(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 6

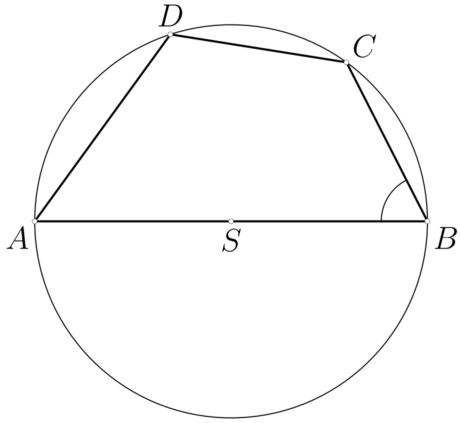
A8. Šest prijateljev se je pri plačilu računa za hrano domenilo, da vsak plača enako. Ker je bil Tine brez denarja, je vsak plačal 3 EUR več, da so lahko poravnali račun. Koliko je znašal račun?

(**A**) 20 EUR (**B**) 24 EUR (**C**) 84 EUR (**D**) 90 EUR (**E**) 108 EUR

B1. Tekač vsak dan na stadionu preteče enako razdaljo. Teče v krogih, ki so dolgi 400 m. Ko nekega dne preteče določeno število krogov, opazi, da je pravkar pretekel 24 % dnevne razdalje. Ko preteče še en krog, ugotovi, da mora preteči še 68 % dnevne razdalje. Koliko kilometrov preteče tekač na dan?

(6 točk)

B2. Središče S štirikotniku $ABCD$ očrtane krožnice leži na daljici AB, kot ob oglišču A pa meri 54°. Koliko meri kot ob oglišču B, če je $|BC| = |CD|$?



(6 točk)

B3. Na številski premici ležijo točke A, B, C in D. Točka C predstavlja število $-\frac{1}{6}$, točka A pa nasprotno število številu, ki je predstavljeno s točko C. Točka A leži levo od točke D, točka D pa leži levo od točke B. Vemo še: $|AB| = \frac{5}{4} \cdot |CD|$ in $|CB| = 1.5 \cdot |CD|$. Katero število predstavlja točka E, ki leži natanko na sredi med točkama D in B?

(6 točk)

48. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Področno tekmovanje, 28. marec 2012

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA DEVETI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

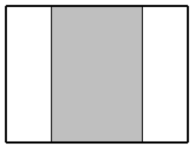
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšna je povprečna vrednost števil $\frac{1}{3}$ in $\sqrt{0.04}$?

(**A**) 0.25 (**B**) $\frac{2}{7}$ (**C**) $\frac{3}{10}$ (**D**) $\frac{4}{15}$ (**E**) $\frac{8}{15}$

A2. Skladna kvadrata se prekrivata, kot kaže slika. Presek kvadratov predstavlja $\frac{2}{3}$ ploščine enega kvadrata. Ploščina pravokotnika, ki predstavlja unijo kvadratov, je $192\ \text{cm}^2$. Kolikšen je obseg enega kvadrata?



(**A**) 48 cm (**B**) 36 cm (**C**) 24 cm (**D**) 16 cm (**E**) 12 cm

A3. V množici prvih tisoč naravnih števil od vsote vseh sodih števil odštejemo vsoto vseh lihih števil. Kolikšen rezultat dobimo?

(**A**) 499 (**B**) 500 (**C**) 501 (**D**) 999 (**E**) 1000

A4. Naj bo a realno število, za katerega velja: $-1 < a < 0$. Katero izmed naštetih števil ima najmanjšo vrednost?

(**A**) $|a|$ (**B**) a (**C**) a^2 (**D**) $\frac{a}{2}$ (**E**) $\frac{1}{a}$

A5. Oče reče sinu: »Če od svoje starosti odštejem tvojo starost, dobim število, ki je zapisano z istima števkama kot število, ki predstavlja mojo starost.« Katero izmed naštetih števil lahko predstavlja sinovo starost?

(**A**) 15 (**B**) 16 (**C**) 17 (**D**) 18 (**E**) 19

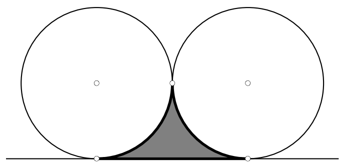
A6. V nekem trikotniku so velikosti notranjih kotov v razmerju $1 : 2 : 3$. V kakšnem razmerju so dolžine stranic tega trikotnika?

(**A**) $1 : 2 : 3$ (**B**) $1 : 4 : 9$ (**C**) $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ (**D**) $1 : \sqrt{3} : 2$ (**E**) $1 : \sqrt{2} : 3$

A7. Dan je pravokotnik $ABCD$ s stranicama $|AB| = 5$ cm in $|AD| = 3$ cm. Točki M in N delita diagonalo BD tega pravokotnika na 3 skladne dele. Koliko je ploščina paralelograma $AMCN$?

(**A**) $\frac{17}{3}\ \text{cm}^2$ (**B**) $5\ \text{cm}^2$ (**C**) $\frac{5}{2}\ \text{cm}^2$ (**D**) $\frac{\sqrt{34}}{3}\ \text{cm}^2$ (**E**) $\sqrt{34}\ \text{cm}^2$

A8. Kroga s polmerom r sta skladna in se dotikata. Kolikšna je ploščina osenčenega lika na sliki med krogoma in skupno tangento?



(**A**) πr^2 (**B**) $r^2(4-\pi)$ (**C**) $\frac{r^2(4-\pi)}{2}$

(**D**) $r^2 - \pi$ (**E**) $4(\pi + r^2)$

B1. Dani sta razmerji $a : b = 5 : 3$ in $b : c = 4 : 9$. Izračunaj razmerje $(a + b) : (c - b)$.

(6 točk)

B2. Na šoli s 775 učenci se je $16\ \%$ učencev udeležilo tekmovanj iz matematike ali fizike. Na tekmovanju iz matematike je tekmovalo dvakrat toliko učencev kot na tekmovanju iz fizike. Na obeh tekmovanjih je sodelovalo 32 učencev. Izračunaj, koliko učencev se je udeležilo tekmovanja iz matematike, ne pa tudi iz fizike?

(6 točk)

B3. Stranica AB pravokotnika $ABCD$ je dolga 9 cm. Točka T leži na stranici AB tako, da velja $|AT| : |TB| = 1 : 2$. Daljica TC in diagonala BD se sekata pod pravim kotom.

Izračunaj dolžino stranice AD. Rezultat naj bo natančen.

(6 točk)

48. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Področno tekmovanje, 28. marec 2012

Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
E	C	C	B	E	A	D	B

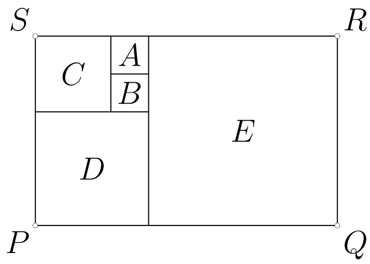
Utemeljitve:

A1. Število 2012 delijo števila: 1, 2, 4, 503, 1006 in 2012.

A2. Točka na sredini predstavlja aritmetično sredino obeh števil: $\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2} = \frac{5}{8} = 0.625$.

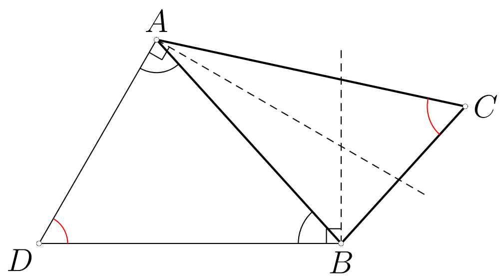
A3. Devet strani (od 1 do 9) je označenih z eno števko, devetdeset (od 10 do 99) z dvema, sto šestindvajset (od 100 do 225) pa s tremi. $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 126 \cdot 3 = 567$.

A4. Najmanjša kvadrata (A in B) imata stranico dolgo 2 cm, kvadrat C ima stranico dolgo 4 cm, kvadrat D 6 cm in največji kvadrat (E): 10 cm. Dolžina pravokotnika $PQRS$ meri 16 cm, višina pa 10 cm. Njegov obseg meri $2 \cdot (10 + 16) = 52$ cm.



A5. Razlika med Rokovo in Jakovo številko je lahko samo 2 ali 4. Če bi bila razlika 2, bi imela lahko številki 5 in 3, 4 in 2 ali 3 in 1. Ker bi imela Ula in Simon zaporedni številki (z razliko 1), bi morala Vanja imeti 2 ali 4, kar pa ni mogoče, ker živi v hiši z liho številko. Zato živi Rok v hiši s številko 5, Jaka pa 1. Ula ima hišno številko 4, Simon 2, za Vanjo pa ostane 3.

A6. Presečišče simetral označimo z D. Notranji koti v trikotniku ABD merijo $\frac{180°-\alpha}{2}$, $\frac{180°-\beta}{2}$ in γ. Potem je $2\gamma = \alpha + \beta = 180° - \gamma$. Sledi $3\gamma = 180°$ in $\gamma = 60°$.



A7. Med 20 udeleženci jih 16 govori angleško in 17 italijansko, kar pomeni, da jih vsaj 13 govori oba jezika. Ker pa jih še 15 govori nemško, mora vse tri jezike govoriti vsaj 8 ljudi ($13 + 15 - 20 = 8$).

A8. Število mora biti deljivo s 5 in z 9. Zadnja števka mora biti 0, ostale števke pa morajo dati vsoto 9. Najmanj števk bo potrebno, če vzamemo štiri dvojke in eno enico. Najmanjše tako število je torej 122220 in ima 6 števk.

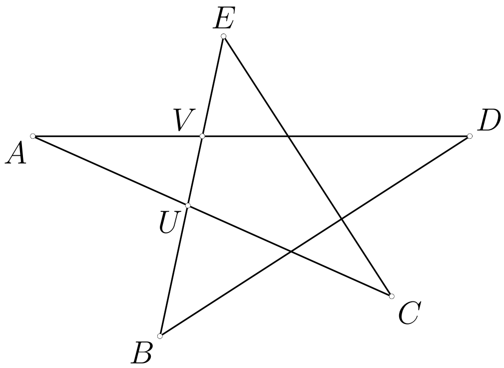
B1. Računajmo:

$$\frac{0.8:\frac{6}{5}+\left(2\frac{1}{3}-2.3\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{2}{3}-0.6\right)}{2+\frac{3}{5}-1\frac{1}{3}}=\frac{\frac{2}{3}+\left(\frac{7}{3}-\frac{23}{10}\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}-\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)}{\frac{30}{15}+\frac{9}{15}-\frac{20}{15}}=$$

$$=\frac{\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}+\frac{70-69}{30}\cdot 1-\frac{10-9}{15}}{\frac{19}{15}}=\frac{\frac{20+1-2}{30}}{\frac{19}{15}}=\frac{\frac{19}{30}}{\frac{19}{15}}=\frac{1}{2}$$

Izračunan prvi člen v števcu $\frac{2}{3}$ .... 1 točka
Izračunan produkt v drugem členu $\frac{2}{3}\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right)=1$ .... 1 točka
Izračunan drugi člen v števcu $\frac{1}{30}$ .... 1 točka
Izračunan tretji člen v števcu $\frac{1}{15}$ .... 1 točka
Izračunan imenovalec $\frac{19}{15}$ .... 1 točka
Rezultat: $\frac{1}{2}$ .... 1 točka

B2. Trikotnik AUV je enakokrak in kota $\sphericalangle VUA$ in $\sphericalangle AVU$ merita $\frac{180^\circ-24^\circ}{2}=78^\circ$. Kot $\sphericalangle CUE$ meri $180^\circ-78^\circ=102^\circ$. Iskana kota $\sphericalangle ACE$ in $\sphericalangle BEC$ s tem kotom tvorita trikotnik in njuna vsota meri 78°.



Ugotovitev ali upoštevanje, da je trikotnik AUV enakokrak .... 1 točka
Izračun kotov ob osnovnici 78° .... 1 točka
Izračun kota $\sphericalangle CUE=102^\circ$ .... 2 točki
Ugotovitev, da iskana kota in $\sphericalangle CUE$ tvorijo trikotnik .... 1 točka
Izračun vsote kotov $\sphericalangle ACE$ in $\sphericalangle BEC$ 78° .... 1 točka

B3. Če ima vlak 15 vagonov, ostane 27 sedežev nezasedenih. Če pa bi bilo vagonov 14, bi četrtina vagona potnikov ostalo brez sedeža. Torej je bilo v petnajstem vagonu zasedenih četrtina sedežev, 27 sedežev pa predstavlja $\frac{3}{4}$ vagona. V enem vagonu je tako 36 sedežev, vseh potnikov pa je bilo $15\cdot 36-27=513$.

Ugotovitev, da predstavlja 27 tri četrtine vagona .... 2 točki
Izračun števila potnikov v enem vagonu: 36 .... 2 točki
Izračun števila vseh potnikov: 513 .... 2 točki

Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

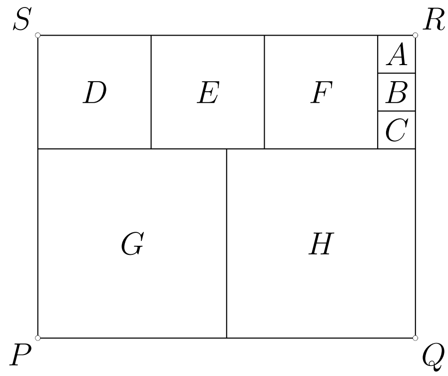
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
A	E	B	B	C	E	C	D

Utemeljitve:

A1. Najmanjše domestno celo število je -99, največje enomestno celo število pa 9. Njun produkt je$-99 \cdot 9 = -891$.

A2. Nina prehodi pot dolžine $350\ k$, kjer je k število njenih korakov. Miha ima korak dolg $1.4\ k$, zato za celo pot porabi $350\ k : 1.4\ k = 250$ korakov.

A3. Najmanjši kvadrati (A, B, C) imajo stranico dolgo 0.5 cm. Stranica kvadratov D, E in F meri 1.5 cm, stranici kvadratov G in H pa 2.5 cm. Dimenziji pravokotnika sta 5 cm in 4 cm, ploščina pa meri 20 cm^2.



A4. Neokrajšani so ulomki, ki imajo v števcu kakšnega od deliteljev števila 2012, razen 1. Ustrezni števci so: 2, 4, 503, 1006 in 2012, torej je 5 takih ulomkov.

A5. Ker je $-11 < \frac{13-8x}{-3} < 11$, sledi $33 > 13 - 8x > -33$ in od tod $20 > -8x > -46$. Torej mora biti $-2.5 < x < 5.75$. Med -2.5 in 5.75 leži 8 celih števil.

A6. Računajmo: $2^{2012} - 2^{2011} = 2^{2011}(2-1) = 2^{2011}$.

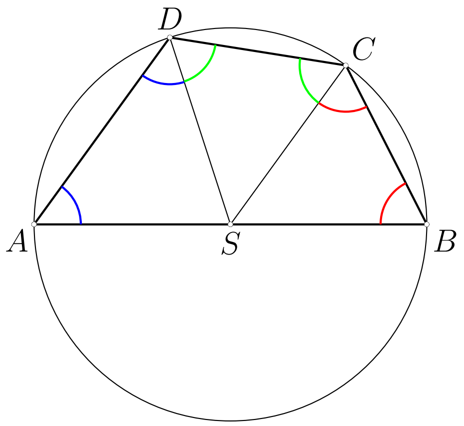
A7. Računajmo: $\frac{2^3\cdot 16\cdot\sqrt{18}}{\sqrt{128}\cdot 2^5:2} = \frac{2^3\cdot 2^4\cdot 3\sqrt{2}}{2^3\sqrt{2}\cdot 2^4} = \frac{2^7\cdot 3\sqrt{2}}{2^7\sqrt{2}} = 3$.

A8. Vsak od petih prijateljev prispeva 3 EUR za kritje Tinetovega dela računa, kar pomeni, da je bil strošek za eno osebo 15 EUR. Skupaj je znašal račun $6 \cdot 15 = 90$ EUR.

B1. Tekač po določenem številu krogov ugotovi, da je pretekel $24\ \%$ dnevne razdalje, en krog kasneje pa je pretekel $100\ \% - 68\ \% = 32\ \%$ dnevne razdalje. En pretečen krog torej pomeni $8\ \%$ dnevne razdalje, ki jo preteče tekač. 400 m predstavlja $8\ \%$, 50 m torej $1\ \%$, celotna dnevna razdalja tekača pa znaša 5000 m ali 5 km.

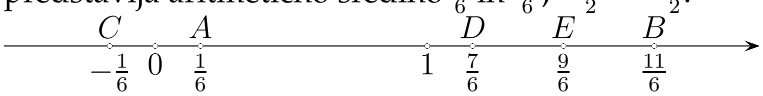
Izračunana razlika $100\ \% - 68\ \% = 32\ \%$ .... **1 točka**
Ugotovitev, da en krog pomeni $8\ \%$ **dnevne razdalje** .... **2 točki**
Izračunana pretečena razdalja na dan .... **2 točki**
Pravilno zapisan odgovor v km .... **1 točka**

B2. V štirikotniku narišemo polmere do vseh oglišč. Tako nastanejo trije enakokraki trikotniki. V trikotniku ASD merita dva kota $54°$, kot z vrhom v središču S pa $72°$. Njegov sokot $\sphericalangle BSD$ potem meri $108°$. Trikotnika BCS in CDS sta skladna (ujemata se v vseh treh stranicah), torej sta skladna tudi kota $\sphericalangle BSC$ ter $\sphericalangle CSD$ in merita $54°$.Trikotnik BCS je enakokrak, zato sta kota $\sphericalangle CBS$ in $\sphericalangle SCB$ skladna in skupaj s kotom $\sphericalangle BSC = 54°$ merita $180°$. Od tod vidimo, da kot ob oglišču B meri $63°$.



Izračunan kot $\sphericalangle DSA = 72°$ .... **1 točka**
Izračunan kot $\sphericalangle BSD = 108°$ .... **1 točka**
Upoštevanje, da sta trikotnika BCS **in** CDS **skladna** .... **2 točki**
Upoštevanje vsote kotov v trikotniku BCS .... **1 točka**
Izračunan kot $\sphericalangle B = 63°$ .... **1 točka**

B3. Točka C predstavlja $-\frac{1}{6}$, torej predstavlja A število $\frac{1}{6}$. Sledi $|CB| - |AB| = |CA| = \frac{1}{3}$ in $\frac{3}{2}|CD| - \frac{5}{4}|CD| = \frac{1}{4}|CD| = \frac{1}{3}$, $|CD| = \frac{4}{3}$. Točka D predstavlja število $-\frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{7}{6}$. $|CB| = 1.5 \cdot |CD| = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2$. Točka B predstavlja število $-\frac{1}{6} + 2 = \frac{11}{6}$. Točka E pa predstavlja aritmetično sredino $\frac{7}{6}$ in $\frac{11}{6}$, $\frac{\frac{7}{6}+\frac{11}{6}}{2} = \frac{3}{2}$.



Zapis števila, ki ga predstavlja A**:** $\frac{1}{6}$ .... **1 točka**
Izračunana razdalja $|CD| = \frac{4}{3}$ .... **1 točka**
Izračun števila, ki ga prestavlja D**:** $7/6$ .... **1 točka**
Izračun razdalje $|CB| = 2$ .... **1 točka**

Izračun števila, ki ga predstavlja B: $\frac{11}{6}$ .... 1 točka
Izračun sredine $\frac{3}{2}$ .... 1 točka

Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
D	A	B	E	D	D	B	C

Utemeljitve:

A1. Računajmo $\frac{\frac{1}{3}+\sqrt{0.04}}{2} = \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}{2} = \frac{\frac{8}{15}}{2} = \frac{4}{15}$.

A2. Pravokotnik predstavlja $\frac{4}{3}$ ploščine enega kvadrata, ta potem znaša $\frac{192}{\frac{4}{3}} = 144$ cm^2. Stranica kvadrata meri 12 cm in obseg 48 cm.

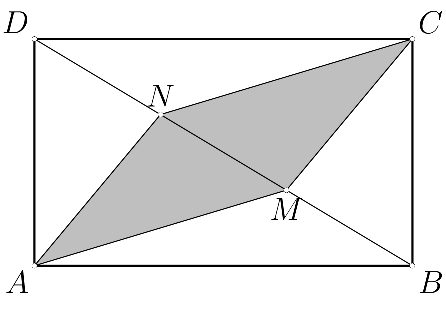
A3. V množici prvih 1000 naravnih števil je 500 sodih, vsako pa je za ena večje od predhodnega lihega števila. Razlika je torej 500.

A4. Števila si po velikosti sledijo: $|a| > a^2 > \frac{a}{2} > a > \frac{1}{a}$.

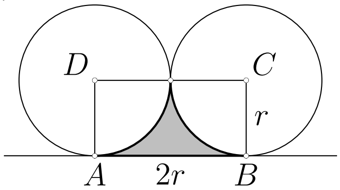
A5. Če označimo očetovo starost $10a + b$, je razlika njegove in sinove starosti $10b + a$, torej mora biti sinova starost $9a$–$9b$ in je zato deljiva z 9. Med ponujenimi rešitvami je tako samo število 18.

A6. Koti v trikotniku merijo $30°$, $60°$ in $90°$. Ta trikotnik je polovica enakostraničnega s stranicami: $\frac{a}{2}$, a in $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Razmerje stranic je $1 : 2 : \sqrt{3}$.

A7. Ker je $|MN| = \frac{1}{3}|BD|$, je ploščina trikotnika NMC enaka tretjini ploščine trikotnika DBC. Torej je tudi ploščina paralelograma $AMNC$ enaka tretjini ploščine pravokotnika ABC oz. 5 cm^2.



A8. Ploščino osenčenega lika dobimo, če od ploščine pravokotnika $ABCD$ (z dimenzijama $2r$ in r) na sliki odštejemo polovico ploščine kroga s polmerom r, torej $\frac{r^2(4-\pi)}{2}$.



B1. Iz $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ sledi $a = \frac{5b}{3}$. Podobno lahko z b zapišemo tudi c, torej $c = \frac{9b}{4}$. Računajmo $a+b = b+\frac{5b}{3} = \frac{8b}{3}$ in $c-b = \frac{9b}{4}-b = \frac{5b}{4}$. Razmerje števil $(a+b) : (c-b) = \frac{8b}{3} : \frac{5b}{4} = 32 : 15$.

Zapis $a = \frac{5b}{3}$ **.......... 1 točka**
Zapis $c = \frac{9b}{4}$ **.......... 1 točka**
Izračun $a + b = \frac{8b}{3}$ **.......... 1 točka**
Izračun $c - b = \frac{5b}{4}$ **.......... 1 točka**
Zapis razmerja $\frac{8b}{3} : \frac{5b}{4}$ **.......... 1 točka**
Rezultat v obliki $32 : 15$ **.......... 1 točka**

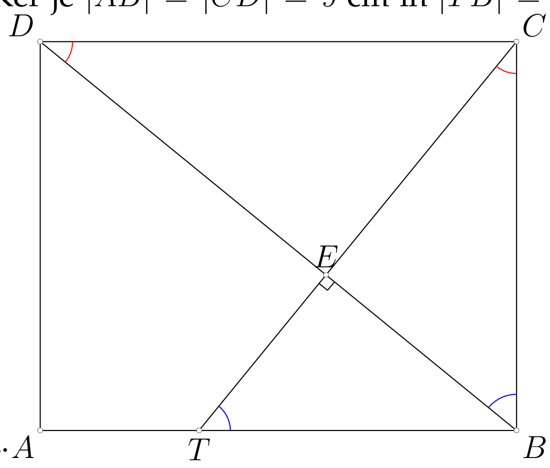
2. način Ker je $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ in $\frac{b}{c} = \frac{4}{9}$, sledi

$$\frac{a+b}{c-b} = \frac{\frac{a+b}{b}}{\frac{c-b}{b}} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{c}{b}-1} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{15}.$$

B2. Na šoli je na obeh tekmovanjih tekmovalo $16\% \cdot 775 = 124$ učencev. Na tekmovanju iz fizike se je pomerilo x, na matematičnem pa potem $2x$ učencev. Ker jih je na obeh tekmovanjih sodelovalo 32, je $124 = x + 2x - 32$. Rešitev te enačbe je $x = 52$, na matematičnem tekmovanju so torej sodelovali 104 učenci. Če odštejemo 32 tistih, ki so tekmovali še na fiziki, dobimo število 72.

Izračun števila tekmovalcev, ki so tekmovali na vsaj enem tekmovanju: 124 **... 1 točka**
Zapis števil tekmovalcev na obeh tekmovanjih, npr. x **in** $2x$ **.......... 1 točka**
Zapisana zveza $124 = x + 2x - 32$ **(ali narisan ustrezen diagram) .... 2 točki**
Izračunano število udeležencev matematičnega tekmovanja 104 **.......... 1 točka**
Odgovor: 72 **tekmovalcev je tekmovalo iz matematike, ne pa tudi iz fizike ..... 1 točka**

B3. Narišimo skico. Trikotnika TBC in BCD sta podobna, ker imata skladne kote. Razmerje katet v podobnih trikotnikih je $|TB| : |BC| = |BC| : |CD|$, od koder sledi in $|BC|^2 = |TB| \cdot |CD|$. Ker je $|AB| = |CD| = 9$ cm in $|TB| = 6$ cm, je $|BC|^2 = 54$ in $|AD| = |BC| = 3\sqrt{6}$ cm.



Narisana skica z označenim pravim kotom med diagonalo BD **in daljico** TC **.. 1 točka**

Jasno označeni ali zapisani skladni koti .... 1 točka
Ugotovitev, da sta trikotnika TBC in BCD podobna .... 1 točka
Zapis razmerja stranic $|TB| : |BC| = |BC| : |CD|$ .... 1 točka
Preoblikovanje zapisa v $|BC|^2 = 54$ .... 1 točka
Rešitev $|AD| = |BC| = 3\sqrt{6}$ cm .... 1 točka