Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

46. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 31. marec 2010

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA SEDMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

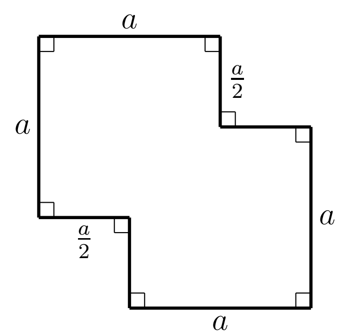
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšna je vsota vseh praštevilskih deliteljev števila 2010?

(**A**) 10 (**B**) 67 (**C**) 77 (**D**) 78 (**E**) 2010

A2. Obseg lika na sliki meri 24 cm. Koliko kvadratnih centimetrov meri ploščina narisanega lika?



(**A**) 28 (**B**) 24 (**C**) 22 (**D**) 20
(**E**) Nemogoče je določiti.

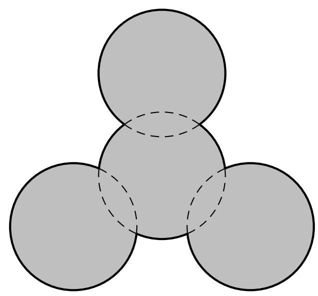
A3. Koliko je štirimestnih naravnih števil, katerih vsota števk je 3?

(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

A4. Katero število bi bilo tretje v vrsti, če bi števila $2.\overline{125}$, $2.1\overline{25}$, $2.12\overline{5}$, 2.125 in 2.12 uredili po velikosti od najmanjšega do največjega?

(**A**) $2.\overline{125}$ (**B**) $2.1\overline{25}$ (**C**) $2.12\overline{5}$ (**D**) 2.125 (**E**) 2.12

A5. Lik sestavljajo štirje prekrivajoči se krogi. Vsak izmed njih ima ploščino $1\ \text{cm}^2$, ploščina vsakega območja, v katerem se prekrivata po dva kroga, je $\frac{1}{10}\ \text{cm}^2$. Kolikšno ploščino ima osenčeni lik?



(**A**) $3.5\ \text{cm}^2$ (**B**) $3.7\ \text{cm}^2$ (**C**) $4\ \text{cm}^2$ (**D**) $4.1\ \text{cm}^2$ (**E**) $4.3\ \text{cm}^2$

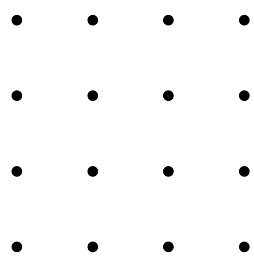
A6. V enakokrakem trikotniku se simetrali notranjih kotov ob osnovnici sekata pod kotom $140°$. Koliko meri notranji kot ob vrhu trikotnika?

(**A**) $40°$ (**B**) $60°$ (**C**) $70°$ (**D**) $80°$ (**E**) $100°$

A7. V enem kilogramu češnjevega paradižnika je vsaj 30 in ne več kot 36 plodov. Najmanj koliko kilogramov tehta 306 plodov?

(**A**) 7 (**B**) 7.5 (**C**) 8 (**D**) 8.5 (**E**) 9

A8. Koliko kvadratov, katerih oglišča so v točkah na sliki, lahko narišemo?



(**A**) 9 (**B**) 10 (**C**) 14 (**D**) 18 (**E**) 20

B1. Izračunaj vrednost danega številskega izraza.

$$\frac{4025}{2}-\frac{0.125+\frac{7}{8}}{\frac{2}{5}+1.6}:\left(\frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3}}-\frac{1}{2}\right)+1$$

(6 točk)

B2. Zmnožek starosti dedka Matjaža in njegovih dveh vnukov, starejšega Nika in mlajšega Otona, je enak 2010. Koliko je star dedek Matjaž in koliko sta stara vnuka, če je dedkova starost praštevilo, vsota starosti vnukov pa 11? Odgovor utemelji.

(6 točk)

B3. Daljica BD je višina na stranico AC ostrokotnega trikotnika ABC. Simetrala kota pri oglišču B seka stranico AC v točki M, ki leži med točkama C in D. Daljica MK je višina na stranico BC trikotnika BMC. Kot MBD meri 20°, kot BMK pa 50°. Nariši skico in izračunaj notranje kote trikotnika ABC.

(6 točk)

46. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 31. marec 2010

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA OSMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Koliko je vrednost izraza $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \ldots + (-1)^{2010}$?

(**A**) -2010 (**B**) -1 (**C**) 0 (**D**) 1 (**E**) 2010

A2. Na številski premici točka A predstavlja število $\frac{1}{2}$, točka B pa število $\frac{5}{4}$. Točke C_1, C_2 in C_3 razdelijo daljico AB na enake dele. Katero je najmanjše izmed števil, ki jih predstavljajo točke C_1, C_2 in C_3?

(**A**) $\frac{3}{4}$ (**B**) $\frac{8}{9}$ (**C**) $\frac{11}{16}$ (**D**) $\frac{13}{18}$ (**E**) $\frac{19}{36}$

A3. Katero število x je rešitev enačbe $\sqrt{\frac{2010+x}{25}} = 9$?

(**A**) -10 (**B**) -5 (**C**) 10 (**D**) 15 (**E**) 25

A4. En notranji kot pravokotnega trikotnika meri $60°$, vsota dolžin hipotenuze in krajše katete pa je 21 cm. Koliko centimetrov meri hipotenuza?

(**A**) 12 (**B**) 13 (**C**) 14 (**D**) 15 (**E**) 16

A5. Iz soda odlivamo tekočino, tako da vsakič odlijemo natančno 20 % trenutne količine tekočine. Najmanj kolikokrat moramo izvesti odlivanje, da bo v sodu ostalo manj kot polovica začetne količine tekočine?

(**A**) trikrat (**B**) štirikrat (**C**) petkrat (**D**) šestkrat (**E**) sedemkrat

A6. V vsako prazno polje preglednice in namesto oznake x bi radi zapisali po eno naravno število, da bi bili med seboj enaki zmnožki števil v vsaki vrstici, vsakem stolpcu in vsaki diagonali. Koliko različnih števil lahko zapišemo namesto oznake x?

2		
	4	
x		8

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 8

A7. Janez je lani na svoji njivi v obliki pravokotnika pridelal 800 kg krompirja. Koliko krompirja je lani pridelal Tone na sosednji njivi, ki je dvakrat toliko dolga in dvakrat toliko široka kot Janezova njiva, če je imel enak pridelek na površinsko enoto?

(**A**) 200 kg (**B**) 1000 kg (**C**) 1600 kg (**D**) 2400 kg (**E**) 3200 kg

A8. Ana je za 3 sendviče, 7 skodelic kave in en krof plačala 6.30 EUR. Mitja je za 4 sendviče, 10 skodelic kave in en krof plačal 8.40 EUR. Koliko bi plačal za en sendvič, eno skodelico kave in en krof?

(**A**) 7.35 EUR (**B**) 4.20 EUR (**C**) 3.25 EUR (**D**) 2.10 EUR (**E**) 2.05 EUR

B1. Septembra je bil fizikalni priročnik za 10 % cenejši od matematičnega. Oktobra so matematični priročnik podražili za 30 %, cena fizikalnega priročnika pa je ostala enaka. Ko so decembra matematični priročnik pocenili za 40 %, fizikalni priročnik pa podražili za 20 %, sta se ceni priročnikov razlikovali za 3 EUR. Za koliko sta se ceni priročnikov razlikovali v septembru?

(6 točk)

B2. Simetrala ostrega kota BAD paralelograma $ABCD$ seka nosilko stranice CD v točki M, ki ne leži na stranici CD in je od točke C oddaljena 5 cm. Obseg paralelograma $ABCD$ meri 48 cm. Izračunaj dolžine stranic paralelograma $ABCD$.

(6 točk)

B3. Štirje otroci se igrajo s frnikulami. Jan ima 4 frnikule manj, kot je polovica vseh frnikul, Tim ima 6 frnikul več, kot je petina vseh frnikul. Število Žakovih frnikul je enako tretjini števila Janovih frnikul, Maj pa ima eno frnikulo manj kot Žak. Koliko frnikul ima vsak?

(6 točk)

46. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 31. marec 2010

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA DEVETI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Ploščina krožnega kolobarja je enaka tretjini ploščine notranjega kroga. Kolikšno je razmerje ploščin zunanjega in notranjega kroga?

(**A**) $1:3$ (**B**) $3:4$ (**C**) $4:3$ (**D**) $1:2$ (**E**) $4:5$

A2. Število 2010 lahko na več načinov zapišemo kot zmnožek treh različnih naravnih števil a, b in c. Kolikšna je največja možna vsota števil a, b in c?

(**A**) 84 (**B**) 335 (**C**) 340 (**D**) 1008 (**E**) 2012

A3. Povprečna starost vseh učiteljic in učiteljev neke šole je 40 let. Povprečna starost učiteljic je 35 let, povprečna starost učiteljev je 50 let. Kolikšno je razmerje med številom učiteljev in številom učiteljic na tej šoli?

(**A**) $1:2$ (**B**) $1:3$ (**C**) $2:3$ (**D**) $2:5$ (**E**) $4:5$

A4. V 12 kg svežih orehov je 25 % vode, ko jih posušimo, pa vsebujejo le še 10 % vode. Koliko tehtajo posušeni orehi?

(**A**) 7.8 kg (**B**) 10 kg (**C**) $10,2$ kg (**D**) $10,8$ kg (**E**) 11 kg

A5. Za neko realno število a velja $a^2 = a + 4$. Kateri izmed navedenih izrazov ima enako vrednost kot izraz a^3?

(**A**) $a+8$ (**B**) $2a+8$ (**C**) $3a+4$ (**D**) $5a+4$ (**E**) $27a+64$

A6. Meta in Klavdija skupaj tehtata toliko kot Tina in Sonja skupaj. Sonja tehta več kot Meta in tudi več kot Tina. Tina in Klavdija skupaj tehtata več kot Meta in Sonja skupaj. Katera trditev je pravilna, če z začetnico imena posameznega dekleta označimo, koliko tehta?

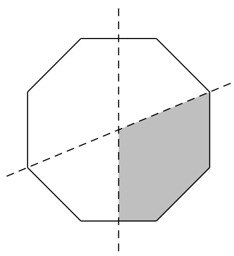
(**A**) $S>T>K>M$ (**B**) $K>S>T>M$ (**C**) $T>K>S>M$
(**D**) $K>T>M>S$ (**E**) $M>T>K>S$

A7. Premico z enačbo $y=x$ prezrcalimo čez premico z enačbo $x=a$. Kolikšen je smerni koeficient dobljene premice?

(**A**) $k=1$ (**B**) $k=-1$ (**C**) $k=0$ (**D**) $k=a$ (**E**) $k=-a$

A8. Črtkani premici sta simetrijski osi pravilnega osemkotnika (glej sliko). Kolikšen del osemkotnika je osenčen?

(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{5}{12}$ (**C**) $\frac{5}{16}$ (**D**) $\frac{7}{24}$ (**E**) $\frac{3}{8}$



B1. Premici s smernima koeficientoma -2 in -1 potekata skozi točko $T(-3,4)$. Prva premica seka abscisno os v točki A, druga pa jo seka v točki B. Izračunaj ploščino trikotnika ABT.

(6 točk)

B2. V hotel je prispela skupina gostov. Receptor jih je namestil v nekaj triposteljnih sob in eno dvoposteljno tako, da so bile vse postelje v teh sobah zasedene. Kasneje je receptor ugotovil, da bi lahko vse goste namestil v tri dvoposteljne sobe in nekaj štiriposteljnih sob, tako da bi tudi v tem primeru bile vse postelje v teh sobah zasedene, potreboval pa bi pet sob manj kot v prvem primeru.

Koliko gostov je prispelo v tej skupini?

(6 točk)

B3. Poišči vsa štirimestna števila, ki so deljiva s 4 ali s 5 in imajo vsoto števk enako 5.

(6 točk)

46. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Področno tekmovanje, 31. marec 2010

Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	A	D	A	B	E	D	E

Utemeljitve:

A1. Ker je $2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$, je vsota praštevilskih deliteljev števila 2010 enaka $2+3+5+67 = 77$.

A2. Obseg lika sestavljajo štiri stranice dolžine a in štiri stranice dolžine $\frac{a}{2}$. $24 = 4a + \frac{4a}{2}$, $a = 4$ cm. Ploščina lika je $(\frac{3a}{2})^2 – 2(\frac{a}{2})^2 = 28$ cm^2.

A3. Takih števil je 10: 1002, 1011, 1020, 1101, 1110, 1200, 2001, 2010, 2100, 3000.

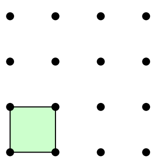
A4. Po velikosti od najmanjšega do največjega si sledijo: 2.12, 2.125, $2.\overline{125}$, $2.1\overline{25}$ in $2.12\overline{5}$. Tretje število je $2.\overline{125}$.

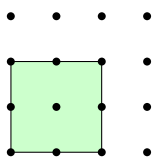
A5. Od ploščine štirih krogov odštejemo ploščine treh presekov: $4 \cdot 1$ cm^2–$3 \cdot 0.1$ cm^2 $=$ 3.7 cm^2.

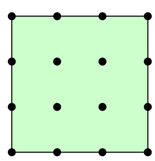
A6. Ker meri kot med simetralama $140°$, je polovica kota ob osnovnici $20°$. Kota ob osnovnici merita torej $40°$ in kot ob vrhu enakokrakega trikotnika $100°$.

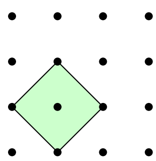
A7. Najlažji plodovi češnjevega paradižnika tehtajo $\frac{1 \text{ kg}}{36}$, 306 takih plodov pa 8.5 kg.

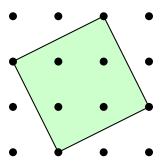
A8. Narisati je možno 20 kvadratov (glej sliko).


9 možnosti


4 možnosti


1 možnost


4 možnosti


2 možnosti

B1. Računajmo

$$\begin{aligned}
\frac{4025}{2}-\frac{0.125+\frac{7}{8}}{\frac{2}{5}+1.6}:\left(\frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3}}-\frac{1}{2}\right)+1 &= \frac{4025}{2}-\frac{\frac{8}{8}}{\frac{10}{5}}:\left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{3}}-\frac{1}{2}\right)+1= \\
&= \frac{4025}{2}-\frac{1}{2}:\frac{1}{7}+1= \\
&= \frac{4025}{2}-\frac{7}{2}+1=2009+1=2010.
\end{aligned}$$

Izračunana vrednost ulomka: $\frac{0.125+\frac{7}{8}}{\frac{2}{5}+1.6}=\frac{1}{2}$ **.................................. 1 točka**

Izračunan dvojni ulomek: $\frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3}}=\frac{9}{14}$ **.. 1 točka**

Vrednost oklepaja: $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{3}}-\frac{1}{2}=\frac{1}{7}$ **... 1 točka**

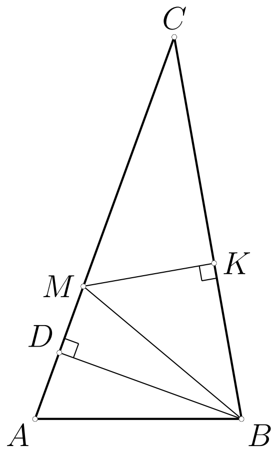
Pravilno izračunan količnik: $\frac{1}{2}:\frac{1}{7}=\frac{7}{2}$ **..................................... 1 točka**

Rezultat: $\frac{4025}{2}-\frac{7}{2}+1=2010$ **... 2 točki**

B2. Starost dedka Matjaža je lahko le 67 let. Produkt starosti vnukov je torej 30: $30 = 1 \cdot 30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$. Le v zadnjem primeru je vsota starosti 11. Torej je Oton star 5 let, Nik pa 6 let.

Zapis 2010 **kot zmnožek prafaktorjev .... 1 točka**
Ugotovitev, da je Matjaževa starost 67 **let .... 1 točka**
Ugotovitev, da je produkt starosti vnukov 30 **.............................. 2 točki**
Zapis možnih starosti vnukov .... 1 točka
Upoštevanje, da je vsota starosti 11 in rešitev .... 1 točka

B3. Narišimo skico:



Kot $\sphericalangle MBK$ je eden od ostrih kotov v pravokotnem trikotniku in meri $40°$. Ta kot predstavlja polovico notranjega kota ob oglišču B in $\beta = 80°$. Iz pravokotnega trikotnika BDC lahko izračunamo kot pri oglišču C, $\gamma = 30°$. Še zadnji kot v trikotniku pa potem meri $70°$.

Skica z vpisanimi podatki .... **1 točka**
Izračunan kot $\sphericalangle MBK = 40°$ .... **1 točka**
$\beta = 2 \cdot 40° = 80°$ .... **1 točka**
$\gamma = 90° – 20° – 40° = 30°$ .... **2 točki**
$\alpha = 180° – 70° – 30° = 70°$ .... **1 točka**

Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	C	D	C	B	C	E	D

Utemeljitve:

A1. Ker je $(-1)^{2k} = 1$ in $(-1)^{2k-1} = -1$, ima 1005 členov v vsoti vrednost -1, 1005 členov pa vrednost 1. Vsota je 0.

A2. Razliko med številoma $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ razdelimo na štiri dele in en del prištejemo številu $\frac{1}{2}$. Dobimo $\frac{1}{2} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$.

A3. Ker mora biti $\frac{2010+x}{25} = 81$, je $x = 81 \cdot 25 - 2010 = 2025 - 2010 = 15$.

A4. Trikotnik predstavlja polovico enakostraničnega trikotnika, vsota hipotenuze in krajše katete je $c + \frac{c}{2} = 21$ cm, $c = 14$ cm.

A5. Po vsakem odlivanju ostane 80 % ali 0.8 predhodne vsebine soda. Ker je $0.8^3 = 0.512$, $0.8^4 = 0.4096$, torej moramo odliti iz soda tekočino vsaj štirikrat, da bi je ostalo manj kot pol.

A6. Zmnožki v vseh vrsticah, stolpcih in diagonalah morajo biti 64. Zato lahko izračunamo števila v vseh smereh, kjer že poznamo dve števili od treh:

2		$\frac{16}{x}$
$\frac{32}{x}$	4	
x	$\frac{8}{x}$	8

Na enak način dobimo še preostali števili:

2	$2x$	$\frac{16}{x}$
$\frac{32}{x}$	4	$\frac{x}{2}$
x	$\frac{8}{x}$	8

Ker morajo v tabeli nastopati samo naravna števila, mora biti x deljiv z 2 in mora hkrati deliti 8, 16 in 32, iščemo torej sode delitelje števila 8. To pa so 2, 4, 8.

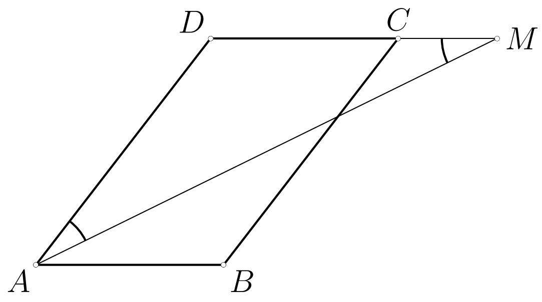
A7. Tonetova njiva je dvakrat toliko dolga in dvakrat toliko široka kot Janezova njiva, zato je površina Tonetove njive štrikrat tolikšna kot površina Janezove njive. Tone je pridelal štirikrat toliko krompirja kot Janez, torej 3200 kg.

A8. Ker 3 sendviči, 7 skodelic kave in krof stane 6.30 EUR ter 4 sendviči, 10 skodelic kave in krof pa 8.40 EUR, moramo za $4 - 3 = 1$ sendvič in $10 - 7 = 3$ skodelice kave, plačati $8.40 - 6.30 = 2.10$ EUR. Torej moramo za 2 sendviča in 6 skodelic kave plačati $2 \cdot 2.10 = 4.20$ EUR. Za $3 - 2 = 1$ sendvič, $7 - 6 = 1$ skodelice kave in en krof pa moramo plačati $6.30 - 4.20 = 2.10$ EUR.

B1. Cena matematičnega priročnika septembra naj bo m, cena fizikalnega pa je potem $0.9m$. Oktobra se je matematični priročnik podražil na $1.3m$, decembra pa je znašala njegova cena $0.6 \cdot 1.3m = 0.78m$. Fizikalni priročnik se je decembra podražil na $1.2 \cdot 0.9m = 1.08m$. Tako je bila razlika v ceni $0.3m = 3$ EUR, kar pomeni, da je bila septembrska cena matematičnega priročnika 10 EUR, fizikalnega pa 9 EUR. Razlika je znašala 1 EUR.

Zapis cen priročnikov septembra: m**,** $0.9m$ **................................1 točka**
Zapis cene matematičnega priročnika oktobra $1.3m$ **......................1 točka**
Izračun decembrske cene matematičnega priročnika $0.78m$ **..............1 točka**
Izračun decembrske cene fizikalnega priročnika $1.08m$ **....................1 točka**
Razlika v ceni $0.3m = 3$ **EUR ....1 točka**
Izračunani septembrski ceni 10 EUR in 9 EUR in razlika 1 EUR ....1 točka

B2. Narišimo skico:



Trikotnik AMD je enakokrak, ker je AM simetrala kota ob oglišču A. Potem se stranici razlikujeta za 5 cm. Obseg $2a + 2(a+5) = 48$ cm, stranica a meri 9.5 cm, b pa 14.5 cm.

Ugotovitev, da je trikotnik AMD enakokrak .... **2 točki**
Sklep, da se dolžini stranic razlikujeta za 5 cm .... **1 točka**
Zapis za obseg paralelograma, npr. $2a + 2(a+5)$ .... **1 točka**
Izračunana dolžina prve stranice iz obsega, npr. $a = 9.5$ cm .... **1 točka**
Izračunana še dolžina druge stranice $b = 14.5$ cm .... **1 točka**

B3. Označimo skupno število frnikul z n. Jan ima $\frac{n}{2}–4$ frnikul, Tim $\frac{n}{5}+6$, Žak $\frac{n}{6}–\frac{4}{3}$ in Maj $\frac{n}{6}–\frac{4}{3}-1$. Skupaj imajo

$$\left(\frac{n}{2}–4\right)+\left(\frac{n}{5}+6\right)+\left(\frac{n}{6}–\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{n}{6}–\frac{4}{3}-1\right)=\frac{31n–50}{30}$$

frnikul. Ker je $\dfrac{31n–50}{30}=n$, od tod sledi $31n-50=30n$ oziroma $n=50$. Otroci imajo po vrsti 21, 16, 7 in 6 frnikul.

Zapis števila frnikul, ki jih ima posamezni otrok: $\frac{n}{2}–4$**,** $\frac{n}{5}+6$**,** $\frac{n}{6}–\frac{4}{3}$**,** $\frac{n}{6}–\frac{4}{3}-1$
(za vsaka dva pravilna zapisa 1 točka) .... 2 točki
Sešteto število vseh frnikul $\frac{31n–50}{30}$ **.. 1 točka**
Ugotovitev, da mora biti dobljeno število enako n **........................ 1 točka**
Rešitev $n=50$ **... 1 točka**
Odgovor: Otroci imajo po vrsti 21**,** 16**,** 7 **in** 6 **frnikul. .... 1 točka**

Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	D	A	B	D	B	B	C

Utemeljitve:

A1. Označimo z R polmer zunanjega kroga, z r pa polmer notranjega kroga. Ploščina kolobarja je enaka $\pi R^2 - \pi r^2 = \frac{1}{3}\pi r^2$. Torej je $\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi r^2$, od koder sledi $\pi R^2 : \pi r^2 = 4 : 3$.

A2. Zapišemo lahko $2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$. Največjo vsoto bomo dobili, če vzamemo za dve števili najmanjša možna delitelja (1 in 2), tretje število pa je potem 1005, največja vsota teh treh števil je 1008.

A3. Če imamo m učiteljev in n učiteljic, je njihova povprečna starost $\frac{50m+35n}{m+n}$ in je enaka 40. Dobimo zvezo $10m = 5n$, torej je razmerje med številom učiteljev in učiteljic enako $1 : 2$.

A4. V 12 kg orehov je 75 % ali 9 kg suhe snovi, ki ostane nespremenjena pri sušenju. V posušenih orehih predstavlja to 90 %, torej tehtajo posušeni orehi 10 kg.

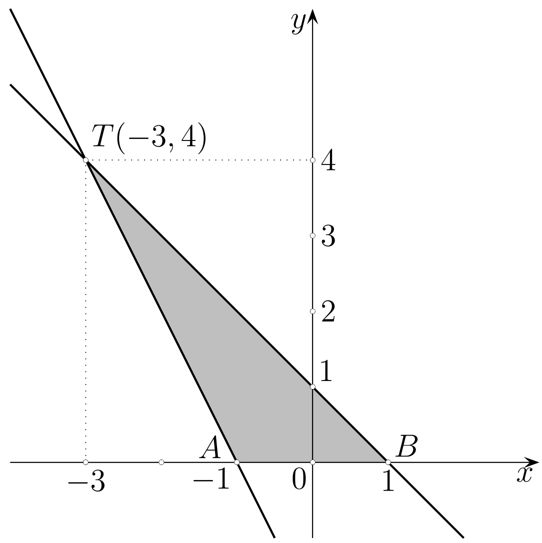
A5. Računajmo $a^3 = a \cdot (a+4) = a^2 + 4a = a + 4 + 4a = 5a + 4$, torej je pravi odgovor (**D**). Na tem mestu velja opozoriti, da s tem še nismo dokazali, da noben izmed drugih odgovorov ne more veljati. Ampak ker je $a + 8 = 5a + 4$ le za $a = 1$, $2a + 8 = 5a + 4$ le za $a = \frac{4}{3}$, $3a + 4 = 5a + 4$ le za $a = 0$ in $27a + 64 = 5a + 4$ le za $a = -\frac{30}{11}$, nobeno izmed teh števil pa ne zadošča enačbi $a^2 = a + 4$, je (**D**) res edini pravilni odgovor.

A6. Iz besedila naloge sledi $S > M$ in $S > T$, vemo še: $T + K > M + S$ (1) in $M + K = T + S$ (2). Iz (1), ki ji na obeh straneh dodamo S, sledi $T + K + S > M + S + S$. Če upoštevamo pa še zvezo (2): $M + K + K > M + S + S$ ali $K > S$. Ker je $K > S$, mora biti $M < T$, da bi veljala enakost (2). Vrstni red je torej: $K > S > T > M$.

A7. Premica, ki jo zrcalimo čez vzporednico ordinatni osi, ima smerni koeficient 1, prezrcaljena premica pa -1.

A8. Osemkotnik lahko razdelimo na 16 skladnih enakokrakih trikotnikov, pobarvanih je 5 izmed njih.

B1. Narišimo skico.



Premica s smernim koeficientom -2, ki poteka skozi $T(-3,4)$, ima enačbo $y = -2x$–2 in seka abscisno os v točki $A(-1,0)$. Premica s smernim koeficientom -1 pa ima enačbo $y = -x + 1$ in seka abscisno os v točki $B(1,0)$. Daljica AB je stranica trikotnika ABT in meri 2 enoti. Višina na to stranico meri 4 enote, ploščina trikotnika ABT je torej 4 kvadratne enote.

Izračunana enačba prve premice in dobljeni koordinati točke $A(-1,0)$ . . . 2 točki
Izračunana enačba druge premice in dobljeni koordinati točke $B(1,0)$ . . . 2 točki
Zapis stranice trikotnika ABT (2 cm)
in uporaba formule za ploščino $S = \frac{|AB|\cdot v}{2} = 4$ . . . . 1 + 1 točka
(Če tekmovalec pravilno izračuna ploščino kako drugače, npr. kot razliko ploščin dveh pravokotnih trikotnikov, za izračun priznajte 2 točki.)

B2. V prvem primeru razporeditve gostov potrebujemo n troposteljnih sob in eno dvoposteljno, gostov pa je potem $3n+2$ v $n+1$ sobah. Ker v drugem primeru potrebujemo 5 sob manj, je skupno število sob $n-4$, tri so dvoposteljne, štiriposteljnih pa je $n–7$. Število gostov v drugem primeru je $6+4(n–7)=4n-22$. Če izenačimo število gostov v obeh primerih, dobimo enačbo: $3n+2=4n-22$. Rešitev enačbe $n=24$, število gostov pa $3\cdot 24+2=74$.

Zapis števila gostov v prvem primeru $3n+2$ **.............................. 1 točka**
Ugotovitev, da je v drugem primeru $n-7$ **štiriposteljnih sob .... 1 točka**
Zapis števila sob v drugem primeru $4n–22$
(Točko priznajte, tudi če izraz ni poenostavljen.) .... 1 točka
Zapis enačbe $3n–2=4n-22$ **.. 1 točka**
Rešitev enačbe: $n=24$ **.. 1 točka**
Izračunano število gostov 74 **.. 1 točka**

Nalogo točkujemo enakovredno, tudi če tekmovalec za neznanko postavi npr. število štiriposteljnih sob v drugem primeru ali število vseh sob v prvem primeru.

B3. Če naj bo število deljivo s 5, se mora končati z 0 ali 5. Ker je vsota vseh števk enaka 5, zadnja možnost odpade. Število se torej konča z 0, prve tri števke pa dajo vsoto 5. To je možno v petnajstih primerih: 5000, 4100, 4010, 1400, 1040, 3200, 3020, 2300, 2030, 3110, 1310, 1130, 2210, 2120, 1220.

Če želimo, da bo število deljivo s 4, morata biti zadnji dve števki skupaj deljivi s 4, torej 04, 12, 20 ali 40. Takih števil je sedem: 1004, 1040, 1112, 1220, 2012, 2120, 3020.

Izmed vseh navedenih števil so s 4 in s 5 deljiva števila: 1040, 1220, 2120, 3020.

Skupno število štirimestnih števil z vsoto števk 5, ki so deljiva s 4 ali s 5, pa je $15 + 7 - 4 = 18$.

Ugotovitev, da mora biti za deljivost s 5 zadnja števka 0 .... 1 točka
Zapis vseh 15 možnih štirimestnih števil, ki so deljiva s 5 .... 1 točka
Ugotovitev, da se za deljivost s 4 število konča na 04, 12, 20, 40 .... 2 točki
Zapis vseh 7 možnih štirimestnih števil, ki so deljiva s 4 .... 1 točka
Pravilno zapisanih 18 števil. .... 1 točka
(Točke ne priznajte, če ni napisanih natančno 18 števil.)